



UNIVERSIDAD PERUANA  
**CAYETANO HEREDIA**  
FACULTAD DE EDUCACIÓN

**PROPUESTA DE REDISEÑO DEL PROYECTO  
CURRICULAR INSTITUCIONAL DEL ÁREA DE  
MATEMÁTICAS DE LA IE MARISCAL ANDRÉS  
AVELINO CÁCERES DORREGARAY**

TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL PARA OPTAR  
EL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN CON  
MENCIÓN: EDUCACIÓN SECUNDARIA - MATEMÁTICA

AUTOR

ROLANDO CONCHA LOPEZ

ASESOR

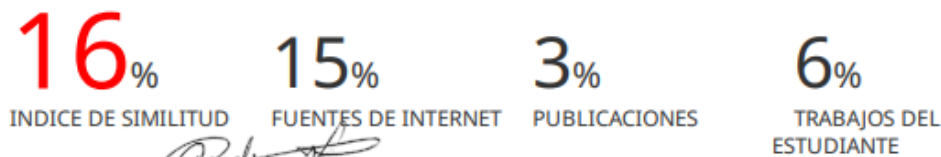
ANGELICA ELENA TAPIA CHAVEZ

LIMA – PERÚ

2024

# PROPUESTA DE REDISEÑO DEL PROYECTO CURRICULAR INSTITUCIONAL DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS DE LA IE MARISCAL ANDRÉS AVELINO CÁCERES DORREGARA

## INFORME DE ORIGINALIDAD



### FUENTES PRIMARIAS

*ACTC*

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>repositorio.upch.edu.pe</b><br>Fuente de Internet                            | <b>2%</b> |
| <b>2</b> | <b>hdl.handle.net</b><br>Fuente de Internet                                     | <b>1%</b> |
| <b>3</b> | <b>www.docstoc.com</b><br>Fuente de Internet                                    | <b>1%</b> |
| <b>4</b> | <b>www.slideshare.net</b><br>Fuente de Internet                                 | <b>1%</b> |
| <b>5</b> | <b>www.scribd.com</b><br>Fuente de Internet                                     | <b>1%</b> |
| <b>6</b> | <b>Submitted to Universidad San Ignacio de Loyola</b><br>Trabajo del estudiante | <b>1%</b> |
| <b>7</b> | <b>idoc.pub</b><br>Fuente de Internet   | <b>1%</b> |
| <b>8</b> | <b>Submitted to Universidad Cesar Vallejo</b><br>Trabajo del estudiante         | <b>1%</b> |

## Índice de Contenidos

|   |    |
|---|----|
| 1. Título del trabajo: .....  | 1  |
| 2. Presentación.....  | 1  |
| a) Descripción de aspectos relevantes de la institución educativa.....                      | 1  |
| b) Descripción del rol y responsabilidad que desempeña en la institución educativa.....     | 2  |
| 3. Justificación de la propuesta .....  | 2  |
| 4. Descripción de la situación que se desea mejorar .....                                   | 4  |
| a) Caracterización del grupo de destinatarios de la propuesta de mejora educativa.....      | 4  |
| b) Descripción de la situación que se desea mejorar.....                                    | 4  |
| c) Referentes conceptuales.....   | 8  |
| d) Aportes de experiencias innovadoras.....   | 23 |
| 5. Propuesta para mejorar la práctica educativa en relación con la situación descrita ..... | 25 |
| a) Objetivos de la propuesta.....   | 25 |
| b) Descripción de la propuesta .....  | 25 |
| c) Desarrollo de las acciones que se realizarán para mejorar la práctica educativa .....    | 28 |
| d) Cronograma de acciones .....   | 37 |
| e) Viabilidad de la propuesta .....   | 37 |
| f) Criterios e indicadores de evaluación de los objetivos de la propuesta .....             | 39 |
| 6. Referencias Bibliográficas.....  | 40 |
| 7. Anexos.....  | 44 |

## RESUMEN

El presente trabajo de suficiencia se realizó en uno de los colegios con los niveles más bajos de aprendizaje de matemáticas dentro del ámbito de la UGEL 04 – Comas, según los reportes de las Evaluaciones Censales de Estudiantes (ECE) de segundo de secundaria correspondientes a los años 2015, 2016, 2018 y 2019.

Nuestra propuesta para abordar esta problemática consiste en el rediseño del Proyecto Curricular Institucional (PCI) del área de matemáticas de la I.E. Mariscal Andrés Avelino Cáceres Dorregaray, con el objetivo de mejorar la enseñanza de las matemáticas y fomentar un aprendizaje significativo en los estudiantes. Este rediseño curricular incluye las siguientes medidas: reducir de cuatro a una las competencias matemáticas a evaluar, simplificar de dieciséis a cuatro las capacidades matemáticas con las que trabajar, reemplazar el Enfoque Centrado en la Resolución de Problemas (ECRP) por el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR) como método didáctico para la enseñanza de las matemáticas, y proponer una forma de operacionalizar los aprendizajes, pasando de “estándares de aprendizaje” y “desempeños por grado” a “metas de aprendizaje” o “propósitos de aprendizaje” para cada sesión de aprendizaje, entre otras mejoras curriculares.

La implementación de esta propuesta se desarrollará en tres frentes principales.

- 1) Diversificar los aprendizajes planteados en el Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB) vigente, actualmente expresados como “estándares de aprendizaje” y “desempeños por grado”, para transformarlos en descriptores de aprendizaje más claros y específicos. Estos descriptores, denominados "metas de aprendizaje" o "propósitos de aprendizaje", serán diseñados para cada sesión de aprendizaje en el área de matemáticas.
- 2) Diseñar sesiones de aprendizaje basadas en el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR), desarrollado por el matemático alemán Hans Freudenthal (1905-1990), con el objetivo de fomentar una comprensión profunda de los conceptos matemáticos y la aplicación de estos conceptos y capacidades matemáticas, como la “matematización”, en la solución de problemas cotidianos.
- 3) Elaborar instrumentos de evaluación que permitan medir el logro de los aprendizajes según las “metas de aprendizaje” o “propósitos de aprendizaje” establecidos para cada sesión de aprendizaje.

Palabras claves: Rediseño Curricular, Didáctica de Matemáticas, Educación Matemática Realista (EMR).

**1. Título del trabajo:** Propuesta de Rediseño del Proyecto Curricular Institucional del Área de Matemáticas de la IE Mariscal Andrés Avelino Cáceres Dorregaray.

## **2. Presentación**

### **a) Descripción de aspectos relevantes de la institución educativa**

La propuesta de rediseño se enmarca en la Institución Educativa (en adelante **IE**) Mariscal Andrés Avelino Cáceres Dorregaray, con código modular 0536128, ubicada en Collique Zona I, distrito de Comas. Esta IE, de gestión pública directa, es supervisada por la Unidad de Gestión Educativa Local número 04 (en adelante **UGEL 04–Comas**), con código 150105. La IE tiene como público objetivo a los alumnos en situación de pobreza del Asentamiento Humano Collique Zona I y alrededores, y ha estado educando a los hijos de los pobladores de la zona desde su construcción, la cual se realizó gracias a un convenio entre el gobierno peruano y el Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento, que brindó los recursos para construir 12 colegios en Perú, siendo uno de ellos la IE del presente estudio. Por esta razón, también se le conoce como IE Perú-Birf inaugurada en el año 1980.

Desde el 2017, la IE se integró al modelo de servicio educativo de Jornada Escolar Completa (en adelante **JEC**), con 45 horas pedagógicas semanales. Sin embargo, a pesar de todo el soporte brindado por el JEC, se evidencia que no se ha logrado mejorar el bajo nivel de aprendizaje en matemáticas, como se refleja en los resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes de segundo de secundaria en matemáticas (en adelante **ECE 2S M**) de los años 2015, 2016, 2018 y 2019, entregados por la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes (en adelante **UMC**) del Ministerio de Educación (en adelante **Minedu**). Por esta razón, los padres de familia han retirado a sus hijos de dicha IE. Así, en un período de diecinueve años, desde el 2004 al 2023, la matrícula estudiantil en el nivel secundario

se redujo en un 50%, pasando de 1,534 a 766 estudiantes matriculados. Esta reducción en el alumnado trajo como consecuencia la disminución del número de plazas docentes en la IE, que pasaron de 109 en el año 2004 para atender 44 secciones, a 61 plazas docentes en el año 2023 para atender 25 secciones.

#### **b) Descripción del rol y responsabilidad que desempeña en la institución educativa**

Como parte del equipo de la Dirección Regional de Educación de Lima Metropolitana (en adelante **Dreilm**), asignado a la UGEL 04–Comas, donde se encuentra la IE Perú-Birf, desde noviembre de 2022 hasta febrero de 2023 presté servicio de asistencia técnica pedagógica para la implementación de cuatro lineamientos de política educativa de la Dreilm, siendo los siguientes dos de ellos los abordados en el presente trabajo: 1) Metas de aprendizaje; 2) Modelo de Gestión Escolar Autónoma (en adelante **MGEA**) que busca fortalecer la gestión de las IE de Lima Metropolitana para cerrar las brechas de aprendizaje. En el marco de la implementación del MGEA, se coordinó con la dirección de la Dreilm y la UGEL 04–Comas el apoyo a la presente propuesta de rediseño del Proyecto Curricular Institucional (en adelante **PCI**) del área de matemáticas de la IE Perú-Birf.

### **3. Justificación de la propuesta**

El **Minedu** es responsable de diseñar e implementar el currículo básico nacional y de establecer los lineamientos técnicos para su diversificación en currículos regionales e institucionales. Es por ello por lo que, el año 2016, se promulgó en *El Peruano* el Currículo Nacional de la Educación Básica (en adelante **CNEB**), así como los Programas Curriculares de Educación Inicial, Primaria y Secundaria. Es importante desarrollar la presente propuesta, pues, a pesar de haber transcurrido ocho años desde la aprobación del CNEB, los docentes de matemáticas manifiestan que, a la fecha, no han recibido capacitaciones

por parte de las entidades responsables de implementar el currículo sobre; en cómo diversificar los aprendizajes planteados en el currículo y sus programas curriculares en términos de metas de aprendizaje para cada sesión de aprendizaje, en cómo evaluar dichos aprendizajes, y en cómo diseñar sesiones de aprendizaje para el área de matemáticas aplicando el enfoque Centrado en la Resolución de Problemas (en adelante **ECRP**).

Otro factor que justifica la importancia de desarrollar la presente propuesta es la falta de una definición clara de competencia y capacidad matemática en el currículo, lo cual genera confusión en el docente sobre cómo desarrollarlas. Así, si bien en el CNEB y sus programas curriculares se ha definido de manera general el constructo “Competencia”, no se ha definido de manera específica el constructo “Competencia Matemática”. Además, en el área de matemáticas se ha dividido, de manera injustificada, la competencia matemática “resuelve problemas” en cuatro competencias, una por cada área del conocimiento matemático. De manera similar, aunque en el CNEB y sus programas curriculares se ha definido de forma general el constructo “Capacidad”, no se ha definido de manera particular el constructo “Capacidad Matemática”. En el área de matemáticas se ha creado, de manera injustificada, dieciséis capacidades, cuatro por cada competencia asociada a un área del conocimiento matemático, sin el debido sustento pedagógico. La ambigüedad en estas definiciones dificulta su correcta aplicación y evaluación.

La necesidad que se busca atender es la de capacitar a los docentes de matemáticas para que sepan cómo diversificar los aprendizajes planteados en el currículo en descriptores de aprendizaje más específicos para cada sesión de aprendizaje, cómo evaluar dichos aprendizajes, y cómo diseñar e implementar sesiones de aprendizaje a partir de una mayor claridad en la didáctica para enseñar matemáticas. Entre los cambios que se esperan lograr con dicha capacitación se incluye que, después de ser capacitados, los

docentes elaboren un PCI específico para el área de matemáticas donde: 1) Los aprendizajes se encuentren diversificados al nivel de descriptores de aprendizaje para cada sesión de aprendizaje, 2) Se diseñen instrumentos de evaluación de dichos aprendizajes con tablas de especificaciones que contengan, por cada pregunta, el contenido matemático, la capacidad matemática, el contexto (real o matemático) y el indicador de aprendizaje, y 3) Se diseñen sesiones de aprendizaje usando el *enfoque realista*, que es más idóneo para la enseñanza de matemáticas que el ECRP. La condición que garantiza la implementación de la presente propuesta de rediseño del PCI es la decisión de director de la IE Perú-Birf.

#### **4. Descripción de la situación que se desea mejorar**

##### **a) Caracterización del grupo de destinatarios de la propuesta de mejora educativa**

- ✓ *Destinatarios docentes:* 61 docentes y personal administrativo.
- ✓ *Destinatarios alumnos:* 766 estudiantes de primero a quinto de secundaria.
- ✓ *Edad de estudiantes:* Adolescentes de entre 12 y 17 años.
- ✓ *Número y sexo:* 418 adolescentes varones y 348 adolescentes mujeres.
- ✓ *Características socioeconómicas:* Pertenecen al nivel socioeconómico “C”, “D” o “E”.
- ✓ *Características familiares:* Hogares disfuncionales con violencia intrafamiliar, lo cual se traduce en la falta de acompañamiento del padre en las actividades académicas.

##### **b) Descripción de la situación que se desea mejorar**

Como resultado de diversas entrevistas realizadas a los actores de la comunidad educativa, y su posterior análisis, se identificaron las siguientes situaciones que se desean mejorar a través de la propuesta de rediseño del PCI de la IE Perú-Birf.



Primero: *Deficiencia en la implementación curricular y formación docente no alineada con el currículo por competencias.* Los profesores de matemáticas de la IE Perú-Birf manifiestan que, desde la implementación del CNEB, ni la Dirección General de Educación Básica Regular (en adelante **Digebr**), ni la Dirección de Formación Docente en Servicio (en adelante **Difods**), ni la Drelm, ni la UGEL 04–Comas los han capacitado en cómo diversificar los aprendizajes planteados en el CNEB en términos de metas de aprendizaje para cada sesión de aprendizajes, cómo evaluar dichos aprendizajes y cómo diseñar sesiones de aprendizaje aplicando el ECRP. Para verificar la verosimilitud de estas afirmaciones, mediante la Ley de Transparencia y Acceso a la Información Pública, solicitamos al Minedu que nos entregara dichas capacitaciones. Al negarse, apelamos al Tribunal de Transparencia y Acceso a la Información Pública, que, mediante las Resoluciones 2907 y 2515-2024-JUS/TTAIP, nos dio la razón. Finalmente, el Minedu tuvo que admitir que dichas capacitaciones no existen, lo que confirma lo afirmado por los docentes de matemáticas: la formación docente en servicio no está alineada con las necesidades para la implementación del CNEB, lo que influye negativamente en la calidad de la enseñanza. En el *anexo 1* se incluyen las resoluciones mencionadas.

Segundo: *Inconsistencia interna del CNEB que impide la diversificación curricular en el PCI de la IE.* Los profesores de matemáticas de la IE señalan que no pueden diversificar los aprendizajes planteados en el CNEB como estándares de aprendizaje y desempeños de grado para transformarlos en descriptores de aprendizaje más acotados por cada sesión de aprendizaje, como podrían ser las metas de aprendizaje. Ello ocurre porque, sin presentar un sustento pedagógico, el CNEB ha eliminado toda referencia a conocimientos matemáticos que traía el

currículo anterior, el cual se usaba para diversificar los aprendizajes en cada sesión de aprendizaje, y no se ha propuesto una alternativa de cómo realizar esta diversificación. Otra posible causa es la desalineación entre competencias y contenidos matemáticos, evidenciándose una incoherencia en la descripción de las competencias matemáticas, que sí consideran conocimientos matemáticos, mientras que en el CNEB se ha eliminado toda referencia a ellos. Esta ambigüedad dificulta el correcto desarrollo y evaluación del currículo.

Tercero: *Desactualización del enfoque pedagógico para enseñar matemáticas y recursos didácticos descontextualizados.* En las páginas 170, 231 y 148 de los programas curriculares de educación inicial, primaria y secundaria, respectivamente, se presenta al ECRP como el enfoque a utilizar para enseñar matemáticas. Sin embargo, al revisar las cuatro lecturas mencionadas como sustento de dicho ECRP, no se encuentra referencia a este enfoque. Por el contrario, se menciona la **Educación Matemática Realista (en adelante EMR)**, que precisamente es el enfoque que la presente propuesta de rediseño plantea utilizar para la enseñanza de matemáticas. Este hecho sugiere que el enfoque metodológico no está actualizado respecto a las prácticas educativas contemporáneas, lo que afecta la relevancia y eficacia del currículo. Además, los recursos didácticos con los que contaba el docente, como es el libro texto del estudiante y su cuaderno de trabajo, han quedado descontextualizados, ya que respondían a las capacidades planteadas en el currículo anterior. En su lugar, Minedu utiliza fichas de matemáticas que parten de propósitos de aprendizaje que no muestran su relación con los estándares y desempeños por grado, lo cual afecta la efectividad del proceso de enseñanza-aprendizaje en el área de matemáticas.

La consecuencia de la situación que se desea mejorar es el bajo logro de aprendizaje en matemáticas de los estudiantes de la IE Perú-Birf, medido de manera objetiva a través de dos evaluaciones. Los resultados de la ECE 2S M 2015, 2016, 2018 y 2019, realizados por el Minedu, presentado en la *tabla 1*, donde se evidencia que, en los cuatro periodos evaluados en segundo de secundaria, se mantiene un 80% de los estudiantes en un nivel de aprendizaje “Previo al inicio” o “En inicio”.

**Tabla 1**

*Resultados ECE 2S en Matemáticas IE Peru-Birf*

| Nivel<br>De Aprendizaje | 2015  |        | 2016  |        | 2018  |        | 2019  |        |
|-------------------------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|
|                         | Cant. | %      | Cant. | %      | Cant. | %      | Cant. | %      |
| Satisfactorio           | 3     | (2.9)  | 8     | (5.5)  | 12    | (7.6)  | 11    | (6.8)  |
| En proceso              | 6     | (5.7)  | 18    | (12.4) | 17    | (10.8) | 21    | (13)   |
| En inicio               | 52    | (49.5) | 53    | (36.6) | 66    | (41.8) | 57    | (35.2) |
| Previo al inicio        | 44    | (41.8) | 66    | (45.5) | 63    | (39.9) | 73    | (45.1) |
| Total =                 | 105   | (100)  | 145   | (100)  | 158   | (100)  | 162   | (100)  |

Fuente: UMC-Minedu. Elaboración propia.

Estos malos resultados son confirmados por la evaluación denominada Mundo IE, “Aprendemos Juntos, Aprendemos Todos”, realizada por la Drelm y presentada en la *tabla 2*, donde se evidencia que, en la evaluación del año 2023 en quinto de secundaria, se incrementó a un 100% el porcentaje de estudiantes en un nivel de aprendizaje “En inicio”. En el *anexo 2* se presentan los resultados de ambas tablas a mayor detalle.

**Tabla 2**

*Resultados “Evaluación Mundo IE” en Matemáticas IE Peru-Birf*

| Nivel<br>De Aprendizaje | 2021     |          |          |          | 2023     |          |           |                |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|----------------|
|                         | 2do Sec. |          | 5to Sec. |          | 2do Sec. |          | 5to Sec.  |                |
|                         | Cant.    | %        | Cant.    | %        | Cant.    | %        | Cant.     | %              |
| Logrado                 | 8        | ( 9 )    | 3        | ( 3.5 )  | 0        | ( 0 )    | 0         | ( 0 )          |
| En proceso              | 20       | ( 22.5 ) | 13       | ( 15.1 ) | 1        | ( 0.8 )  | 0         | ( 0 )          |
| En inicio               | 61       | ( 68.5 ) | 70       | ( 81.4 ) | 121      | ( 99.2 ) | <b>98</b> | <b>( 100 )</b> |
| Total =                 | 89       | ( 100 )  | 86       | ( 100 )  | 122      | ( 100 )  | <b>98</b> | <b>( 100 )</b> |

Fuente: Drelm-Minedu. Elaboración propia.

### c) Referentes conceptuales

Bruner (1996) plantea que el **currículo escolar** es una selección de culturas y conocimientos transmitidos de generación en generación en un determinado nivel educativo. Con esta definición, se considera la planteada para el constructo **currículo escolar de matemáticas** propuesta por el National Council of Teachers of Mathematics. NCTM (1989) lo define como un marco de aprendizaje que incluye estándares y pautas de la enseñanza y el aprendizaje. Estos estándares se subdividen en *estándares de contenido* como son: número y operaciones, álgebra, geometría, medición y análisis de datos y probabilidad; y en *estándares de proceso* como son: resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representaciones.

Partiendo de esta definición curricular, en Minedu (2005) se define el **Diseño Curricular Nacional** (en adelante **DCN**) como un documento que sintetiza las intenciones educativas del gobierno y presenta los aprendizajes esperados, teniendo como función establecer los lineamientos para la especificación, evaluación y mejoramiento de los contenidos y procesos de enseñanza-aprendizaje. Minedu (2005) señala también que el DCN 2005 está sustentado sobre la base de fundamentos que explicitan el “qué”, el “para qué” y el “cómo enseñar y aprender”, y propone capacidades, conocimientos, valores y actitudes a alcanzar por el estudiante.

Considerando el Proyecto Educativo Nacional al 2021, “La educación que queremos para el Perú”, desarrollado por el Consejo Nacional de Educación y presentado al país en noviembre de 2006, en Minedu (2008) se modifica la definición del DCN 2005 para precisar que el conjunto de capacidades, conocimientos y actitudes que se plantea en dicho documento curricular se agrupan en términos del constructo denominado “Competencias”.

En la actualidad, en Minedu (2016a) se define el CNEB como un documento que establece los aprendizajes esperados, en concordancia con los fines y principios de la educación, el Proyecto Educativo Nacional al 2021 y los objetivos de la educación básica. Sin embargo, sin mediar explicación alguna, en el CNEB 2016 se decide eliminar los **conocimientos matemáticos** o **campos temáticos** que traía el DCN 2008, los cuales eran usados por los docentes para diversificar y realizar la programación anual de los aprendizajes que debía alcanzar el estudiante por cada sesión de aprendizajes.

A continuación, profundizaremos en la definición de los constructos “competencia”, “capacidades”, “conocimientos”, “habilidades” y “actitudes” presentados en el CNEB 2016. Según Minedu (2016a) **competencia** es la facultad que tiene el estudiante de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un propósito específico en una situación determinada, y se le agrega actuando de manera pertinente.

De manera similar, Minedu (2016a) define **capacidad** como recursos (conocimientos, habilidades y actitudes) que los estudiantes movilizan para actuar de manera competente. Esta definición posibilita una nueva comprensión de la competencia, entendiéndola como la facultad que tiene un estudiante para integrar una serie de conocimientos, capacidades (habilidades) y actitudes con el fin de alcanzar un objetivo particular en una situación específica. En el contexto del área curricular de matemáticas, sería resolver problemas de contexto real o matemático.

Entrando en precisión en la definición de los constructos que integran una capacidad, Minedu (2016a) plantea que uno de ellos es el **conocimiento** y lo define como un conjunto de teorías, conceptos y métodos heredados por la humanidad en diversas áreas del conocimiento, los cuales son reconocidos y validados por la sociedad en la que

se encuentran. Lo que genera confusión en el CNEB 2016, es que, si bien define que se entiende por este constructo, invisibiliza los conocimientos del área de matemáticas estructurados en teorías, conceptos y métodos agrupados en campos temáticos como “Aritmética”, “Álgebra”, “Geometría” y “Estadística” los cuales fueron obtenidos mediante la observación y la experimentación, para concluir con la formulación y verificación de hipótesis, deduciéndose en el proceso fórmulas, principios y leyes a través de las cuales se construyeron modelos, teorías y sistemas mediante el método científico (Devlin, 1999).

Esta invisibilización ocurre al incorporar los conocimientos matemáticos dentro de otros constructos denominados estándares y desempeños. En el *anexo 3* se presenta los conocimientos o campos matemáticos que se tomarán en el presente trabajo, lo cual difiere de la manera como el Minedu agrupa dichos conocimientos en; A) Cantidad, B) Regularidad, equivalencia y cambio, C) Forma, movimiento y localización y D) Gestión de datos e incertidumbre, lo cual hace sin presentar el debido sustento pedagógico para ello.

Minedu (2016a) define **habilidad** como el talento, la destreza o la capacidad de una persona para realizar una tarea de manera exitosa. Las habilidades pueden clasificarse en sociales, **cognitivas** o motoras. En el presente trabajo nos enfocaremos en las habilidades cognitivas, en las que se pueden desagregar las capacidades matemáticas que hacen competente a un estudiante en la resolución de problemas tanto del contexto real como matemático. Bloom et al. (1956) y Fe y Alegría (2003) desarrollan definiciones de habilidad cognitiva, metacognitiva, sub-habilidad que usamos en el presente trabajo y que se presentan en el *anexo 4*.

Finalmente, Minedu (2016a) define al tercer recurso de una capacidad la **actitud**, como la manera habitual de pensar, sentir y actuar, la cual se desarrolla conforme a un

sistema de valores que se va formando a través de las experiencias y la educación recibida por el estudiante. El alcance del presente trabajo no considera enfocarse en el cómo trabajar actitudes o valores para hacer a un estudiante competente en resolver problemas.

Aunque Minedu (2016a) no define qué es una “competencia matemática” sí menciona cuatro competencias matemáticas a trabajar en el CNEB. Por otro lado, en OCDE (2017) sí se define la **competencia matemática** como la habilidad de una persona para formular, utilizar e interpretar las matemáticas en diversos contextos. Esta definición incluye el razonamiento matemático y la aplicación de conceptos, procedimientos, herramientas y conocimientos matemáticos para describir, explicar y predecir distintos fenómenos. Considerando que en OCDE (2017) sólo se ha propuesto una sola competencia matemática la cual no considera campos temáticos como sí lo hacen las cuatro competencias propuestas por el Minedu, en la *tabla 3* se presenta un comparativo de las cuatro competencias matemáticas planteadas por el Minedu versus la única competencia matemática planteada por la OCDE. En el presente trabajo nos inclinamos a tomar la posición de la OCDE en cuanto a que trabajaremos con una sola competencia matemática.

**Tabla 3**

*Comparativo Competencia Matemática Currículo Nacional Minedu VS OCDE*

| Competencias Oficiales<br>Planteadas por Minedu en CN           | Competencia<br>matemática OCDE   |
|---|--|
| <b>Resuelve problemas</b> de cantidad                           | Capacidad del individuo para resolver problemas en distintos contextos (real o matemático) |
| <b>Resuelve problemas</b> de forma, movimiento y localización   |  |
| <b>Resuelve problemas</b> de regularidad, equivalencia y cambio |  |
| <b>Resuelve problemas</b> de gestión de datos e incertidumbre   |  |

Fuente Minedu. Elaboración propia.

De manera similar a la posición de OCDE (2017) de no tomar en cuenta los campos temáticos para definir una competencia, Niss (1994) define la **capacidad matemática** como la habilidad para aplicar conocimientos matemáticos para resolver problemas, razonar matemáticamente, comunicar ideas matemáticas y realizar tareas matemáticas en una variedad de contextos. De manera complementaria, en OCDE (2017) a estas capacidades se las denomina *capacidades matemáticas fundamentales* que soportan los procesos matemáticos, afirmación que se basa en la investigación que sobre el funcionamiento de la competencia matemática se hizo en (Turner et al., 2013).

En el *anexo 5* se expone la definición de las *capacidades matemáticas* planteadas en; OCDE (2017) y NCTM (2000) donde no se integran los campos temáticos.

En el *anexo 6* se expone la definición de las *capacidades matemáticas* planteadas por el propio Minedu en Minedu (2005; 2008; 2013; 2015; 2016b) que sirvieron de base para diseñar las pruebas ECE 2015, 2016, 2018 y 2019 de matemáticas donde a las *capacidades matemáticas* tampoco se les integran los campos temáticos, lo que difiere de lo que plantea la Digebr en el CNEB 2016.

A continuación, se sintetiza la evolución del constructo *capacidades matemáticas*, donde se evidencia que las planteadas por Minedu antes del 2016 eran coherentes con las planteadas en el Marco de Fundamentación de las pruebas ECE y PISA, donde no se consideran campos temáticos al interior de cada capacidad matemática. Sin embargo, en el año 2016, mediante el CNEB, por primera vez en el Perú y sin ningún tipo de sustento pedagógico, el Minedu decidió incorporar campos temáticos en la redacción de las *capacidades matemáticas* como se muestra en la *tabla 4* y *tabla 5*, a continuación, presentadas.



**Tabla 4**

*Evolución de las Capacidades Matemáticas en el Minedu 2005 - 2015*

| DCN<br>2005 y 2008                | Rutas<br>2013  | Rutas<br>2015  | OCDE en<br>evaluación<br>PISA  | UMC en<br>evaluación<br>ECE                             |
|-----------------------------------|--|--|--|---|
|                                   | - Matematizar -  | - Matematiza<br>situaciones ----                                 | - Matematización -----   | 1) Matematiza<br>situaciones                            |
| Resolución de<br>problemas        | - Elaborar<br>diversas<br>estrategias<br>para resolver<br>problemas -----  | - Elabora y usa<br>estrategias ----                              | - Diseño de estrategias<br>para resolver problemas ---<br><br>- Utilización de<br>herramientas matemáticas   | 2) Elabora y usa<br>estrategias                         |
| Comunicación<br>matemática        | - Representar -<br><br>- Utilizar<br>expresiones<br>simbólicas,<br>técnicas y<br>formales -----<br><br>- Comunicar --- | - Comunica y<br>representa<br>ideas<br>matemáticas ---           | - Representación -----<br><br>- Utilización de operaciones<br>y de un lenguaje de<br>carácter simbólico, formal y<br>técnico -----<br><br>- Comunicación ----- | 3) Comunica y<br>representa ideas<br>matemáticas        |
| Razonamiento<br>y<br>demostración | - Argumentar --  | - Razona<br>y argumenta<br>generando<br>ideas<br>matemáticas --- | - Razonamiento<br>y<br>argumentación -----   | 4) Razona y<br>argumenta generando<br>ideas matemáticas |

Fuente Minedu. Elaboración propia.

De la *tabla 4* se evidencia que mientras que en Minedu (2005; 2008; 2013; 2015; 2016b), en la redacción de las *capacidades matemáticas*, no se consideraban campos temáticos, en Minedu (2016a; 2016c) se hace un cambio drástico al introducir campos temáticos en la redacción de las *capacidades matemáticas*. Esta decisión incrementó, de cuatro en Rutas de Aprendizaje 2015 a dieciséis en el CNEB 2016, el número de *capacidades matemáticas* con las que tiene que trabajar el docente, lo cual genera complicación en el proceso de enseñanza y evaluación. Por esta razón incluso la UMC en la ECE y la OCDE en la evaluación PISA siguen evaluando *matemáticas* considerando a las *capacidades matemáticas* como una dimensión, pero sin considerar campos temáticos asociados a dichas *capacidades*. Para la UMC los campos temáticos constituyen otra dimensión a evaluar, así como el contexto (real o matemático).

En el *anexo 7* se presenta una descripción y definición de las dieciséis *capacidades matemáticas* planteadas en Minedu (2016a). En la *tabla 5* se desagregan dichas capacidades en sus elementos constitutivos, colocando, por un lado, los conocimientos, contenidos o campos temáticos que consideramos equivalentes y, por otro lado, la habilidad cognitiva o capacidad matemática identificada.

**Tabla 5**

*Desagregado de las Capacidades Matemáticas planteadas en Minedu 2016*

| <b>Campo temático</b>                          | <b>Capacidad matemática<br/>Habilidad cognitiva</b> | <b>Conocimiento<br/>Campo temático</b>                         |
|--|---|--|
| A) Cantidad                                    | A-1 Traduce -----                                   | cantidades a expresiones numéricas.                            |
|  | A-2 Usa estrategias y procedimientos--              | de estimación y cálculo.                                       |
|  | A-3 Comunica su comprensión -----                   | Sobre los números y las operaciones.                           |
|  | A-4 Argumenta afirmaciones -----                    | Sobre las relaciones numéricas y las operaciones.              |
| B)<br>Regularidad,<br>equivalencia y<br>cambio | B-1 Traduce -----                                   | - datos y condiciones a expresiones algebraicas.               |
|  | B-2 Usa estrategias y procedimientos -              | - para encontrar equivalencias y reglas generales.             |
|  | B-3 Comunica su comprensión -----                   | - sobre las relaciones algebraicas.                            |
|  | B-4 Argumenta afirmaciones -----                    | - sobre relaciones de cambio y equivalencia                    |
| C) Forma,<br>movimiento y<br>localización      | C-1 Modela objetos -----                            | - con formas geométricas y sus transformaciones.               |
|  | C-2 Usa estrategias y procedimientos -              | - para orientarse en el espacio.                               |
|  | C-3 Comunica su comprensión -----                   | - sobre las formas y relaciones geométricas.                   |
|  | C-4 Argumenta afirmaciones -----                    | - sobre relaciones geométricas.                                |
| D)<br>Gestión de<br>datos e<br>incertidumbre   | D-1 Representa -----                                | - datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas. |
|  | D-2 Usa estrategias y procedimientos -              | - para recopilar y procesar datos.                             |
|  | D-3 Comunica su comprensión -----                   | - de los conceptos estadísticos y probabilísticos.             |
|  | D-4 Sustenta conclusiones o<br>decisiones -----     | - con base en información obtenida.                            |

Fuente Minedu. Elaboración propia.

De la *tabla 5* se evidencia que se han codificado los campos temáticos con las letras A, B, C y D y las habilidades cognitivas con los números 1, 2, 3 y 4. Así, a modo de ejemplo, el código “A” representa la competencia asociada al campo temático “Cantidad” y el código “1” representa la habilidad cognitiva asociada a la capacidad matemática “Matematiza”. De

esta manera, el código “A-1” representa a una de las dieciséis capacidades matemáticas definidas por el Minedu, la cual en este caso en particular se encuentra asociada al *campo temático* “Cantidad” y a la *capacidad* (habilidad cognitiva) “Matematiza”. Así, se procede a descomponer las dieciséis capacidades matemáticas en sus elementos constitutivos, como son los *campos temáticos* y las *habilidades cognitivas* (capacidades matemáticas). Seguidamente, se procede a reagrupar las habilidades cognitivas halladas con la finalidad de identificar las capacidades matemáticas que subyacen a las dieciséis planteadas por el Minedu, las cuales se muestran en la *tabla 6*.

**Tabla 6**  
*Capacidades Matemáticas del Minedu en 2016 reagrupadas y sintetizadas*

| Capacidades matemáticas planteadas por Minedu en el CN                         | Capacidades matemáticas sintetizada |
|--|-------------------------------------|
| A-1 <u>Traduce</u> (cantidades a expresiones numéricas)                        | 1) Matematiza                       |
| B-1 <u>Traduce</u> (datos y condiciones a expresiones algebraicas)             |                                     |
| C-1 <u>Modela</u> objetos (formas geométricas y transformaciones)              |                                     |
| D-1 <u>Representa</u> datos (medidas estadísticas o probabilísticas)           |                                     |
| A-2 <u>Usa estrategias y procedimientos</u> (estimación y cálculo)             | 2) Usa estrategias y procedimientos |
| B-2 <u>Usa estrategias y procedimientos</u> (equivalencias y reglas generales) |                                     |
| C-2 <u>Usa estrategias y procedimientos</u> (orientarse en el espacio)         |                                     |
| D-2 <u>Usa estrategias y procedimientos</u> (recopilar y procesar datos)       |                                     |
| A-3 <u>Comunica su comprensión</u> (números y sus operaciones)                 | 3) Comunica su comprensión          |
| B-3 <u>Comunica su comprensión</u> (relaciones algebraicas)                    |                                     |
| C-3 <u>Comunica su comprensión</u> (formas y relaciones geométricas)           |                                     |
| D-3 <u>Comunica comprensión</u> (conceptos estadísticos y probabilísticos)     |                                     |
| A-4 <u>Argumenta afirmaciones</u> (relaciones numéricas y sus operaciones)     | 4) Argumenta afirmaciones           |
| B-4 <u>Argumenta afirmaciones</u> (relaciones de cambio y equivalencia)        |                                     |
| C-4 <u>Argumenta afirmaciones</u> (formas y relaciones geométricas)            |                                     |
| D-4 <u>Sustenta conclusiones o decisiones</u> (base en información obtenida)   |                                     |

Fuente Minedu. Elaboración propia.

De esta manera gracias a las tablas 4, 5 y 6 acreditamos que el Minedu ha cambiado la manera de definir a las *capacidades matemáticas*, haciendo una modificación drástica en el año 2016 al incorporar *campos temáticos* en la redacción de dieciséis *capacidades matemáticas* que antes eran sólo cuatro capacidades matemáticas sin campos temáticos.

Habiendo definido qué comprendemos por el constructo CNEB y sus partes constitutivas, definimos el constructo **programa curricular de matemáticas** como un documento que presenta el “qué enseñar”, “cómo enseñar” y “cómo evaluar” los aprendizajes en un contexto educativo determinado. En el CNEB 2016, el **qué enseñar** se presenta como un conjunto organizado de estándares de aprendizaje y desempeños por grado del área de matemáticas. El **cómo enseñar** se presenta como las estrategias metodológicas y recursos didácticos que tienen como base la didáctica elegida para enseñar matemáticas. El **cómo evaluar** plantea la manera en la que se debe diseñar los instrumentos para evaluar si los estudiantes alcanzaron los propósitos de aprendizaje.

Ahora bien, el *qué enseñar* también puede ser entendido como el “qué aprenderán los estudiantes”, pues lo que enseña el docente es lo que debiera aprender el estudiante. Para aclarar esta equivalencia, Camilloni (1987) define el **aprendizaje** como un proceso dinámico y significativo mediante el cual los estudiantes elaboran o reelaboran su conocimiento y desarrollan habilidades mediante la interacción con el contenido y la experiencia, lo cual resulta en cambios en su pensamiento, comportamiento y capacidad de actuación. Por lo que, cuando en Minedu (2016a) se define el “**qué aprenderán los estudiantes**” como un conjunto organizado de estándares y desempeños, se entiende que a través de este aprendizaje los estudiantes adquieren algún conocimiento o desarrollan alguna habilidad que debiera resultar en cambios en su pensamiento, comportamiento o capacidad de actuación, como ser competente en algo.

Entrando en detalle en este concepto, cuando en Minedu (2016a) se define el “qué aprenderán los estudiantes” en términos de: **estándares de aprendizaje**, definidos como descriptores de aprendizaje que detallan el desarrollo de la competencia a través de niveles de complejidad creciente y **desempeños por grado**, definidos como descriptores

específicos que detallan las acciones de los estudiantes en relación con los diferentes niveles de desarrollo de la competencia, se contradice lo que otros autores como Adam (2004) y el Sistema Europeo de Transferencia y Acumulación de Créditos ECTS (2007) plantean. Estos autores sugieren usar el constructo “**resultado de aprendizaje (en adelante RA)**”, equivalente a “meta de aprendizaje”, “propósito de aprendizaje”, “objetivo de aprendizaje”, “logro de aprendizaje”, “indicador de aprendizaje”, “indicador de desempeño” o “indicador de logro”, como descriptores de aprendizaje más precisos que un desempeño para identificar lo que deben alcanzar los estudiantes para demostrar aprendizajes.

De manera complementaria, ECTS (2007) señala que, para poder determinar los aprendizajes alcanzados por los educandos se debe establecer un determinado número de RA que orienten tanto los procesos de *enseñanza* como de *evaluación*. Así, se definen a los RA como declaraciones sobre lo que se espera que el estudiante pueda hacer, entender y/o demostrar al finalizar un proceso de aprendizaje (ECTS, 2007), lo cual es semejante a lo planteado por el propio Minedu en las Rutas de Aprendizaje 2013.

En el presente trabajo no se comparte la manera como el Minedu define el “*qué enseñar*” en términos de estándares de aprendizaje y desempeños por grado, por lo que adherimos a planteado por Jerez (2012) que estructura el “*qué enseñar*” en función de descriptores de aprendizaje más precisos como son; metas de aprendizaje o propósitos de aprendizaje los cuales se expresan en términos de verbo o habilidad cognitiva, contenido y contexto. Esta definición es coherente con lo planteado por la UMC, en Minedu (2016b) y en Minedu (2013) lo cual es presentado en el *anexo 8*, y ejemplificada en la *tabla 7*, donde desagregamos tres indicadores planteados por la UMC en la ECE 2019.

### **Tabla 7**

*Componentes de Indicadores de Aprendizaje de la ECE 2019 2S M*

| Habilidad cognitiva<br>verbo           | Contenido - Conocimiento<br>Campo temático  | Condición<br>Contexto                          |
|--|---|--|
| Argumenta la validez de una afirmación | vinculada a la interpretación del porcentaje de una cantidad                              | En situaciones contextualizadas                |
| Formula situaciones que involucran     | el uso de nociones matemáticas vinculadas a la regularidad, equivalencia y cambio         |  |
| Estima o determina                     | distancias dadas en un mapa o plano a partir de la interpretación de una escala de medida | en unidades convencionales o no convencionales |

Fuente: UMC-Minedu. Elaboración propia.

Habiendo definido en la presente investigación el “*qué enseñar*” en términos de RA, procederemos a definir los constructos relacionados al “*cómo enseñar*”. Fe y Alegría (2003) define **enseñanza** como el conjunto de actividades pedagógicas seleccionadas cuidadosamente por el docente para que el estudiante adquiera los conocimientos o desarrolle las habilidades y actitudes deseadas (aprendizaje esperado). De manera complementaria Escribano-González (2004) y Torres-Maldonado y Girón (2009) definen **didáctica** como parte de la pedagogía centrada en la organización de las técnicas y métodos para la enseñanza y el aprendizaje.

Dentro del ámbito de la didáctica de las matemáticas, en los programas curriculares se establece que el enfoque sugerido por el Minedu para la enseñanza de matemáticas es el *Enfoque Centrado en la Resolución de Problemas*. Sin embargo, en ninguna bibliografía proporcionada por el Minedu se encuentran autores que desarrollen el ECRP como una metodología didáctica para la enseñanza de matemáticas y lo traduzcan en una secuencia de actividades pedagógicas a desarrollar en una sesión de aprendizaje. En Minedu (2016a) y en Minedu (2016c) sólo se cita el siguiente marco teórico como base del ECRP:

- ✓ La resolución de problemas matemáticos descrita por Trigo (2008).
- ✓ Mathematical Problem Solving described by Schoenfeld (1985).

- ✓ Teoría de Situaciones didácticas descrita en Brousseau (1986).
- ✓ **Educación Matemática Realista** descrita por Bressan et al. (2004).

A diferencia de lo afirmado por el Minedu, ninguno de los autores antes citados reconoce al ECRP como una didáctica para la enseñanza de las matemáticas. Por el contrario, sí reconocen a la EMR creada por el matemático alemán Hans Freudenthal (1905–1990), como una teoría general para la enseñanza de las matemáticas (didáctica de matemática) que se concretiza en teorías específicas para la enseñanza de diversos tópicos como; **número** (Freudenthal, 1973, 1991; Gravemeijer 1994; Van den Heuvel-Panhuizen, 2001), **álgebra** (Streefland y van Ameron, 1996; van Ameron, 2003), **geometría** (Freudenthal, 1973, 1983, 1991; De Moor, 1991), **estadística** (Freudenthal, 1983; Bakker, 2004), **análisis matemático** (Gravemeijer y Doorman, 1999), entre otros.

Es así como, a diferencia de lo señalado por el Minedu, en los siglos XX y XXI no se ha identificado al ECRP como una metodología didáctica para la enseñanza de las matemáticas. En cambio, como se muestra en el *anexo 9*, fue el movimiento hacia la “Matemática Moderna” y los constructos que surgieron con él: estructuralismo, mecanicismo, empirismo y realismo, las teorías que surgieron para la enseñanza de las matemáticas. Entre estas teorías, no se considera el ECRP propuesto por el Minedu como una didáctica para la enseñanza de las matemáticas, pero sí a la EMR.

En lo referente al “*cómo enseñar*” matemáticas, Freudenthal (1983) propone la **Fenomenología Didáctica** como el enfoque contrario a la enseñanza de conceptos ya estructurados y sistematizados que trae consigo la matemática moderna, el estructuralismo y el mecanicismo.

Es así como, para orientar la práctica docente, la EMR creada por el matemático Freudenthal establece seis principios que deben aplicar en cada una de las sesiones de aprendizaje del área de matemáticas, los cuales se desarrollan en el *anexo 10* y que a continuación se resumen:

- ✓ *Principio de realidad*: Busca que el aprendizaje parta de la tarea de matematizar situaciones del mundo real por parte del estudiante;
- ✓ *Principio de reinención guiada*: Busca que sea el estudiante quien redescubra los conceptos, métodos y herramientas asociados al fenómeno en estudio (situación del mundo real), que posteriormente serán organizados y formalizados por el docente;
- ✓ *Principio de actividad*: Busca que sea el estudiante el que explore, experimente y resuelva los problemas de contexto real planteados por el docente;
- ✓ *Principio de interacción guiada*: Enfatiza el rol del docente como facilitador del aprendizaje, proporcionando orientación, estímulo y apoyo a los estudiantes a medida que exploran y construyen su comprensión de los conceptos, métodos y herramientas matemáticas;
- ✓ *Principio de interconexión*: Destaca el rol docente de ayudar al estudiante a integrar los nuevos conocimientos a los conocimientos previos;
- ✓ *Principio de niveles*: Hace énfasis en el rol docente para atender las diferencias entre los estudiantes al proporcionar oportunidades de avance desde un nivel inicial concreto hacia niveles abstractos, a medida que desarrollan su capacidad matemática.

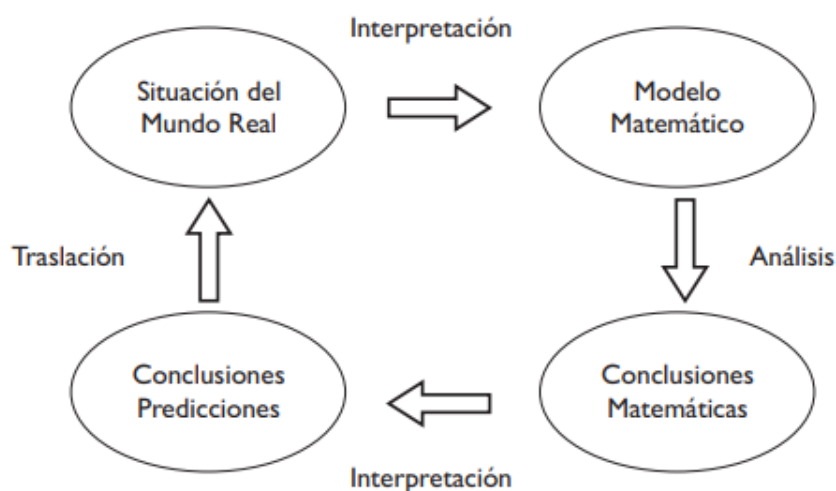
Entrando en detalle en el enfoque de la EMR, Freudenthal (1983) define **matematizar** (modelar, traducir o representar) como el proceso de identificar, formular, resolver e interpretar problemas del mundo real utilizando conceptos, métodos y



herramientas matemáticas. Es un proceso cognitivo mediante el cual se traducen, modelan o representan situaciones de la vida real en términos de símbolos matemáticos (*matematizar horizontalmente*), para que, en un segundo momento, moviéndose dentro del mundo de los símbolos matemáticos, se busque resolver los problemas o situaciones planteadas utilizando principios y técnicas matemáticas (*matematizar verticalmente*) (Freudenthal, 1991). En el *anexo 11* se desarrolla extensamente en qué consiste la matematización horizontal y vertical, mientras que en la *figura 1* se sintetiza el proceso de modelización, base de la “*matematización horizontal*” y “*matematización vertical*”.

**Figura 1**

*Proceso de Modelización Matemática*



Fuente: Freudenthal (1991)

Habiendo definido en el presente trabajo el “qué enseñar” en términos de RA, *metas de aprendizaje o propósitos de aprendizaje*, y el “cómo enseñar” en términos de la didáctica planteada por la EMR del Dr. Hans Freudenthal, procedemos a definir los constructos relacionados al “cómo evaluar”. Así, Freudenthal (1983) define la **evaluación del aprendizaje** como un proceso continuo de observación y análisis de la actividad matemática de los estudiantes, con el objetivo de comprender cómo los estudiantes interactúan con los conceptos matemáticos y cómo pueden avanzar en su comprensión.

Entrando en detalle en este concepto, habiendo definido el “qué enseñar” en términos de RA, entonces el “cómo evaluar” está relacionado al cómo evaluar el logro por parte de los estudiantes de estos RA. A modo de ejemplo, en el *anexo 12* se describen las tres dimensiones propuestas por la UMC en Minedu (2016b) para diseñar las preguntas de matemáticas que posibiliten evaluar si efectivamente los estudiantes alcanzaron los aprendizajes esperados. Estas dimensiones son: capacidades, contenidos y contextos.

En la *tabla 8* se desglosan estas tres dimensiones utilizadas por la UMC para formular problemas que evalúan el logro de los RA, *metas de aprendizaje* o *propósitos de aprendizaje* por parte de los estudiantes. Estas dimensiones son capacidades, contenidos y contextos. Se evidencia que en la dimensión capacidades, la UMC propone cuatro capacidades matemáticas, lo cual diferencia de lo planteado por la Digebr en el CNEB 2016, donde establece dieciséis capacidades matemáticas. De igual manera, se evidencia que la UMC propone una dimensión denominada contenido, que reemplaza a la respectiva competencia matemática asociada a ese contenido que plantea la Digebr en el CNEB 2016.

**Tabla 8**  
*Componentes del Instrumento para Evaluar Aprendizajes en Matemáticas*

| Capacidad matemática (UMC)                        | Contenido                             | Contexto                         |
|---|---------------------------------------|----------------------------------|
| 1. Matematiza situaciones                         | 1. Cantidad                           | Real<br>(extra-matemático)       |
| 2. Elabora y usa estrategias                      | 2. Regularidad, equivalencia y cambio |                                  |
| 3. Comunica y representa ideas matemáticas        | 3. Forma, movimiento y localización   | Matemático<br>(intra-matemático) |
| 4. Razona y argumenta generando ideas matemáticas | 4. Gestión de datos e incertidumbre   |                                  |
| Nivel de dificultad de la pregunta                | Nivel de logro de aprendizaje         |                                  |
| 1. Problema muy difícil                           | 1. Por encima del satisfactorio       |                                  |
| 2. Problema difícil                               | 2. Satisfactorio                      |                                  |
| 3. Problema intermedio                            | 3. En proceso                         |                                  |
| 4. Problema fácil                                 | 4. En inicio                          |                                  |

Fuente UMC. Elaboración propia.

## d) Aportes de experiencias innovadoras

La Asociación Fe y Alegría del Perú ha desarrollado una experiencia innovadora que en el área de matemáticas inspira el presente trabajo, puesto que busca garantizar que todos los alumnos desarrollen la capacidad de *matematización* de situaciones de la vida cotidiana, lo cual se encuentra alineado con lo que plantea Freudenthal en el enfoque de la EMR. En su Propuesta Curricular Diversificada, se introduce la presentación de un *cartel de contenidos procedimentales* como innovación no contemplada en el CNEB 2016. Este enfoque aborda tanto *habilidades generales* como *sub-habilidades más específicas*, siendo la habilidad un contenido procedimental que se refiere a desempeños cognitivos del estudiante cuyo desarrollo se alcanza con la práctica (Fe y Alegría, 2003). En el *anexo 13* se presenta la propuesta de Fe y Alegría, que se sintetiza en la *tabla 9*.

**Tabla 9**

*Cartel de Contenidos Procedimentales (habilidades o capacidades)*

| Habilidades  | Sub-habilidades   |
|--|---|
| 1. Organización y manejo del espacio-tiempo.                         | 1.1. Maneja nociones espaciales<br>1.2 Maneja nociones temporales<br>1.3 Maneja nociones geométricas  |
| 2. Interpretación y comunicación de datos y expresiones matemáticas. | 2.1. Organiza y maneja datos<br>2.2. Lee, escribe, interpreta y representa expresiones matemáticas<br>2.3. Traduce expresiones matemáticas a situaciones cotidianas   |
| 3. Manejo de algoritmos y calculo operativo.                         | 3.1. Manejo de mediciones<br>3.2. Crea y aplica algoritmos<br>3.3. Crea y aplica estrategias operativas<br>3.4. Calcula mentalmente<br>3.5. Maneja cálculo matemático   |
| 4. Resolución y creación de situaciones problemáticas.               | 4.1. Resolución<br>- Lee y comprende el problema<br>- Extrae datos<br>- Diseña estrategias de resolución de problemas<br>- Opera estrategias<br>- Formula y verifica resultados<br>4.2. Creación<br>- Inventa preguntas<br>- Inventa enunciados |
| 5. Pensamiento lógico no numérico.                                   | 5.1. Establece relaciones<br>5.2. Construye definiciones lógicas y matemáticas<br>5.3. Resuelve y crea situaciones problemáticas sin número.  |

Fuente: Fe y Alegría (2003). Elaboración propia

Además de un *cartel de contenidos procedimentales* (habilidades), se considera un *cartel de contenidos conceptuales* (campos temáticos) que facilita el proceso de

diversificación en matemáticas. Este cartel agrupa los conocimientos o campos temáticos del área de matemáticas, organizados para su aprendizaje en conceptos, definiciones, datos, teorías, principios, leyes, categorías y clasificaciones. Este conocimiento debe, en la medida de lo posible, ser reconstruido por los estudiantes y se resume en la *tabla 10*.

**Tabla 10**

*Cartel de Contenidos Conceptuales (campos temáticos)*

| <b>Área del Pensamiento Lógico Matemático</b> |  |
|---|--|
| ✓   | Aritmética                             |
| ✓   | Geometría (euclidiana y no euclidiana) |
| ✓   | Álgebra                                |
| ✓   | Estadística (deductiva e inductiva)    |

Fuente: Fe y Alegría (2003). Elaboración propia

También se considera un *cartel de contenidos actitudinales*, también conocido como cartel de actitudes, a trabajar en el área de matemáticas, y que se presenta en la *tabla 11*.

**Tabla 11**

*Cartel de Contenidos Actitudinales de la Experiencia Innovadora*

| <b>Cartel de Contenidos Actitudinales</b>     |                       |                 |
|---|-----------------------|-----------------|
| <b>Área del Pensamiento Lógico Matemático</b> |                       |                 |
| - Orden                                       | - Atención            | - Pulcritud     |
| - Disciplina                                  | - Concentración       | - Precisión     |
| - Puntualidad                                 | - Estudio sistemático | - Creatividad   |
|   |                       | - Perseverancia |

Fuente: Fe y Alegría (2003). Elaboración propia

Según Fe y Alegría (2003), definir una *habilidad* o *sub-habilidad*, como objetivo, meta o propósito de aprendizaje, implica tener un criterio de evaluación, ya que establece qué se debe evaluar durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Considerando que el nivel de competencia en una habilidad se adquiere gradualmente con el tiempo, es evidente que este es un proceso de desarrollo progresivo. Por lo tanto, es esencial que el docente no solo comprenda qué se busca desarrollar, en los estudiantes, sino también cómo debe evaluarse dicho aprendizaje. Esta descripción mucho más específica de lo que se espera

que el estudiante aprenda es conocida como RA, *indicador de aprendizaje, meta de aprendizaje o propósito de aprendizaje*.

## **5. Propuesta para mejorar la práctica educativa en relación con la situación descrita**

### **a) Objetivos de la propuesta**

#### **Objetivo General**

Rediseñar el Proyecto Curricular Institucional del área de matemáticas de la I.E. Mariscal Andrés Bello Cáceres Dorregaray con el fin de mejorar la enseñanza de matemáticas y promover un aprendizaje significativo en los estudiantes.

#### **Objetivos Específicos**

1. Diversificar los aprendizajes planteados en el Currículo Nacional, estableciendo descriptores de aprendizaje claros y específicos para cada sesión de aprendizaje en el área de matemáticas.
2. Diseñar sesiones de aprendizaje basadas en el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR) para fomentar la comprensión profunda y la aplicación de conceptos y capacidades, como la matematización, en la solución de problemas cotidianos.
3. Elaborar instrumentos de evaluación que permitan medir el logro de los aprendizajes de acuerdo con las metas de aprendizaje establecidas.

### **b) Descripción de la propuesta**

La propuesta de rediseño del PCI de la I.E. Mariscal Andrés Bello Cáceres Dorregaray se gestionará a través de la implementación del Modelo de Gestión Escolar Autónomo (MGEA) presentado en la *figura 2*.

## Figura 2

### Fases para Implementar la Propuesta



Fuente DreIm.

La propuesta plantea gestionar las **causas** que generan la situación que se desea mejorar para lo cual se propone el rediseño del PCI del área de matemáticas de la IE y su implementación mediante el MGEA. En el *anexo 14* se hacen llegar el PCI de la IE Perú-Birf el cual contiene las siguientes partes: datos informativos, fundamentación técnica, visión-misión, priorización de valores y actitudes, objetivos estratégicos, compromisos de gestión escolar, programas curriculares diversificados (de matemáticas), resultado de logros de aprendizaje, anexo 1: formatos técnicos pedagógicos (programación anual, unidad didáctica, y sesión de aprendizaje), anexo 2: procesos pedagógicos, anexo 3: plantillas para el diagnóstico de la IE.

La presente propuesta de rediseño del PCI se trabajará con los docentes luego de haberlos capacitado. Con ellos se modificará tres partes del PCI vigente de la IE Perú-Birf. Las partes por modificar son; Los programas curriculares diversificados (metas de aprendizaje de matemáticas), el anexo 1 que contiene el formato pedagógico denominado sesión de aprendizaje y el anexo 2 que contiene los procesos pedagógicos (didáctica del

área de matemáticas). Además, se añadirá en el PCI modificado un anexo 4 donde se agregue los instrumentos de evaluación de los aprendizajes matemáticos diversificados en metas de aprendizaje, al que se le añadirá sus respectivas tablas de especificaciones que contengan, por cada pregunta, el contenido matemático, la capacidad matemática, el contexto (real o matemático) y el indicador de aprendizaje a evaluar (meta de aprendizaje).

En la *figura 3* se ilustra cómo plantea la Drelm que se debe realizar el proceso de diversificación de los aprendizajes para identificar los RA, las *metas de aprendizaje* o *propósitos de aprendizaje* a alcanzar por cada sesión de aprendizajes.

**Figura 3**

*Proceso de Redacción de las Metas de Aprendizaje*

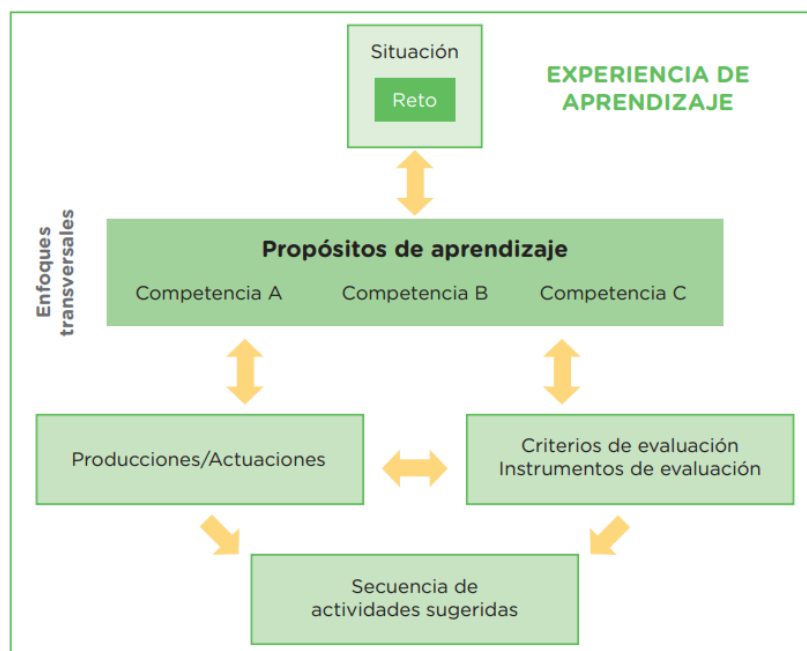


Fuente: Drelm.

Por otro lado, en la *figura 4* se ilustra cómo plantea el Minedu que se debe realizar el proceso de diversificación de los aprendizajes para identificar los RA, las *metas de aprendizaje* o *propósitos de aprendizaje* a alcanzar por cada sesión de aprendizajes.

**Figura 4**

*Proceso de Redacción de los Propósitos de Aprendizaje*



Fuente: Minedu.

El siguiente paso es que el docente cruce los resultados del diagnóstico con el resultado de diversificar los aprendizajes del CNEB, y a partir de ello elija cuáles son las *metas de aprendizaje (qué enseñar)* que trabajará con los estudiantes en cada una de las sesiones de aprendizaje. Seguidamente, se diseñarán las sesiones de aprendizaje usando el enfoque de la EMR (*cómo enseñar*) para, posteriormente, diseñar los instrumentos de evaluación que midan de manera objetiva el nivel de logro de las *metas de aprendizaje (cómo evaluar)*, mediante lo cual se evidencia la efectividad de las sesiones de aprendizaje.

### **c) Desarrollo de las acciones que se realizarán para mejorar la práctica educativa**

Las acciones propuestas se desarrollarán en cuatro fases expuestas en la siguiente tabla.



**Tabla 12**

*Acciones para Implementar la Propuesta*

| Fase                          | Acciones   |
|-------------------------------|--|
| 1.<br><br>Soñar               | <ul style="list-style-type: none"><li>• El equipo directivo es el responsable de liderar los cambios para el cierre de las brechas de aprendizaje que tengan los estudiantes de la IE. Por ello, <u>en esta etapa se debe:</u></li><li>• Analizar con los docentes las causas y consecuencias de los resultados alcanzados en la ECE y mundo IE, y reflexionar sobre maneras de revertir estos bajos resultados en aprendizajes.</li><li>• Escuchar la opinión de estudiantes y padres de familia.</li><li>• Vislumbrar la escuela que se quiere y qué cambios son necesarios hacer en la IE para alcanzar dicha visión.</li><li>• Entre los cambios, el más importante es lograr que los docentes utilicen la EMR como la didáctica para enseñar matemáticas.</li></ul> |
| 2.<br><br>Generar condiciones | <ul style="list-style-type: none"><li>• Luego de comprometer a la comunidad educativa, se deben generar las condiciones para la implementación de los cambios propuestos. <u>En esta etapa se debe:</u></li><li>• Capacitar a los docentes sobre cómo enseñar matemáticas usando la EMR del matemático alemán Hans Freudenthal.</li><li>• Capacitar a los docentes de la IE sobre cómo redactar los RA, las <i>metas de aprendizaje</i> o los <i>propósitos de aprendizaje</i> a partir de los resultados de la evaluación diagnóstica, los estándares de aprendizaje y los desempeños por cada grado.</li></ul>   |

|             |  |
|-------------|--|
|             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Capacitar a los docentes sobre cómo diseñar instrumentos de evaluación para medir las metas o propósitos de aprendizaje.</li> <li>• Actualizar los instrumentos de gestión (PEI, PAT, PCI, RI) para que, a partir del PCI rediseñado de matemáticas, se incorporen metas o propósitos por cada sesión de aprendizaje.</li> <li>• Identificar y solicitar a la UGEL 04–Comas las capacitaciones necesarias para implementar los cambios propuestos.</li> </ul>   |
| 3.          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• La implementación se desarrollará entre los años 2024 y 2025.<br/><u>En esta etapa se debe;</u></li> </ul>  |
| Implementar | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseñar evaluaciones diagnósticas, tomar dichas evaluaciones y analizar las brechas de aprendizaje a cerrar en el periodo.</li> <li>• Diseñar metas de aprendizaje que cierren brechas encontradas.</li> <li>• Diseñar sesiones de aprendizaje usando el enfoque de la EMR.</li> <li>• Diseñar evaluaciones para medir el logro de las metas de aprendizaje y las capacidades matemáticas.</li> <li>• Diseñar indicadores que recojan la percepción de docentes, estudiantes y padres sobre los cambios implementados.</li> </ul> |
| 4.          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• La evaluación se desarrollará en las vacaciones de medio año (agosto) y otra al final del año académico regular (diciembre).<br/><u>En esta etapa se debe;</u></li> </ul>   |
| Evaluar     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizar el logro de las metas de aprendizaje.</li> <li>• Analizar si se cerraron las brechas de aprendizaje identificadas durante la evaluación diagnóstica.</li> </ul>  |

- 
- Analizar la implementación al término de cada bimestre, y reajustar la propuesta y el cronograma de actividades según lo requerido.
- 

Fuente: Drelm. Elaboración propia.

### **Fase 1 – Soñar:**

Gracias a los resultados de las evaluaciones ECE 2S M de los años 2015, 2016, 2018 y 2019, así como de Mundo IE, de los años 2021 y 2023, en matemáticas, presentados en las tablas 1 y 2, queda claro que en las sucesivas promociones de estudiantes de la IE Mariscal Andrés Bello Cáceres Dorregaray (Perú-Birf), se ha incrementado la brecha de aprendizaje en matemáticas con la que egresan de quinto de secundaria. Esta brecha de aprendizaje alcanzó el 100% en el año 2023, cuando los 98 estudiantes que egresaron de quinto de secundaria ese año se encontraban en el nivel de aprendizaje denominado “En inicio” en el área de matemáticas.

Estar en el nivel de aprendizaje "En inicio" indica que los estudiantes están en un nivel básico o inicial de desarrollo de la competencia matemática de resolución de problemas. Este nivel sugiere que los estudiantes presentan dificultades significativas para lograr incluso los aprendizajes fundamentales y requieren apoyo adicional para alcanzar los objetivos educativos establecidos en el área de matemáticas. Concretamente, los estudiantes que se encuentran en el nivel de aprendizaje "En inicio" suelen: 1) Mostrar un conocimiento muy limitado o superficial de los contenidos curriculares, 2) Tener dificultades para aplicar conceptos básicos en situaciones prácticas, 3) Necesitar guía y apoyo constante para resolver problemas en contextos reales (extra-matemáticos) o matemáticos (intra-matemáticos), y 4) No alcanzar los estándares mínimos de desempeño establecidos para su grado. Encontrarse en esta situación es una llamada de atención para que el equipo

directivo de la IE en general, y los docentes de matemáticas de dicha IE en particular, implementen la presente propuesta de rediseño del Proyecto Curricular Institucional del área de matemáticas con el fin de revertir esta problemática.

Para soñar, el equipo directivo de la IE debe iniciar un proceso honesto de reflexión basado en los resultados del diagnóstico de las causas de los bajos resultados de los aprendizajes en el área de matemáticas. Este proceso debe permitir tomar conciencia de la realidad que enfrenta la institución en cuanto a la enseñanza de matemáticas. Es crucial evaluar hasta qué punto la comunidad educativa está dispuesta a hacer los sacrificios necesarios, para cambiar esta situación.

Una vez que la comunidad docente ha reflexionado sobre la gravedad de la situación diagnosticada, se procede a definir la visión de la escuela que se desea alcanzar y los cambios necesarios para implementar esa visión. Como resultado de esta reflexión, se buscan nuevas formas de organización, como las propuestas en el MGEA, que sugieren el fortalecimiento de la autonomía de las escuelas, para lograr mejores resultados de aprendizaje. El MGEA también plantea la necesidad de explorar nuevas estrategias y metodologías de enseñanza, aprendizaje y evaluación, que es precisamente lo que el presente trabajo de suficiencia profesional propone como innovación educativa.

### **Fase 2 – Generar condiciones:**

Después de sensibilizar a la comunidad educativa e invitarla a soñar, se procede a crear las condiciones necesarias mediante la *capacitación de los docentes* en las concepciones de aprendizaje, enseñanza y evaluación propuestas en el PCI rediseñado para el área de matemáticas.

**En relación con “el aprendizaje” de matemáticas** (qué aprenderán los estudiantes), los docentes deben capacitarse en cómo operacionalizar los aprendizajes planteados en los estándares de aprendizaje por ciclo y los desempeños por grado establecidos en el CNEB 2016. Además, deben aprender a diseñar instrumentos de evaluación diagnóstica que permitan identificar las brechas de aprendizaje con las que ingresan los estudiantes al período académico. Con esta información, se podrán redactar los *propósitos de aprendizaje* para cada una de las sesiones del periodo académico. En el *anexo 15* y *anexo 16*, se presenta un modelo de cómo disociar un estándar de aprendizaje y desempeño por grado para operacionalizar dichos aprendizajes en sus correspondientes *propósitos de aprendizaje* o *metas de aprendizaje*.

**En relación con “la enseñanza” de matemáticas** (cómo enseñar), los docentes deben capacitarse en cómo diseñar la secuencia didáctica de una sesión de aprendizaje y de una experiencia de aprendizaje, utilizando para ello la EMR, que es la didáctica de matemáticas creada por el matemático alemán Hans Freudenthal. En este trabajo de suficiencia profesional se sugiere que la EMR es la didáctica más apropiada para enseñar matemáticas y alcanzar los RA, *las metas de aprendizaje* o *propósitos de aprendizaje* planteados para cada una de las sesiones de aprendizaje. En el *anexo 17* se presenta un diseño de una sesión de aprendizaje utilizando la EMR, basado en las fichas virtuales proporcionadas por el Minedu.

**En relación con “la evaluación” de los aprendizajes de matemáticas** (cómo evaluar), los docentes deben capacitarse en la elaboración de problemas contextualizados, tanto reales (extra-matemáticos) como matemáticos (intra-matemáticos), junto con sus respectivas *fichas técnicas* para evaluar el logro de los RA, *las metas de aprendizaje* o *propósitos de aprendizaje* por parte de los estudiantes. En la tabla 8 se brinda la base para

elaborar estas fichas técnicas, las cuales también pueden usarse para diseñar instrumentos de evaluación diagnóstica que ayuden a identificar las brechas de aprendizaje de los estudiantes al inicio del período académico. A modo de ejemplo, en la *tabla 13* se muestra cómo redactar una pregunta que evalúe una mayor demanda cognitiva, y en la *tabla 14* se detalla cómo elaborar la ficha técnica correspondiente.

**Tabla 13**

*Tipo de Pregunta que mide Demanda Cognitiva Según UMC Minedu*

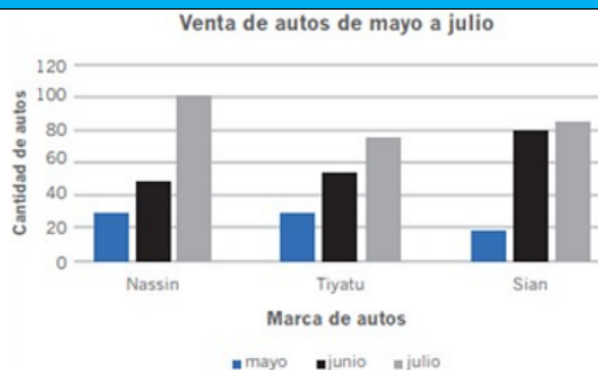
| Demanda Cognitiva | Tipo de pregunta                                  | Pregunta   |
|-------------------|---|--|
| Alta              | Leer más allá de los datos (crítica - valorativa) | - Si tuvieras que escoger un mes para lanzar una promoción de ventas para una de las tres marcas de autos, ¿cuál escogerías? y ¿por qué? |
| Mediana           | Leer entre datos (inferencial)                    | - ¿Qué marca de autos ha vendido más de mayo a julio?<br>- ¿En qué mes hubo menos venta de autos?  |
| Baja              | Leer datos (literal)                              | - ¿De qué trata el gráfico?<br>- ¿Cuántos autos marca Tiyatu se vendieron en el mes de mayo?   |

Fuente: UMC. Elaboración propia.

**Tabla 14**

*Ficha Técnica de Pregunta que mide una Meta de Aprendizaje según UMC*

| Ficha técnica del reactivo 1     |  |
|----------------------------------|--|
| Capacidad :                      | - Argumenta sus afirmaciones.            |
| Contenido :                      | - Gestión de datos e incertidumbre.      |
| Contexto :                       | - Real.                                  |
| Indicador o meta de aprendizaje: | Varía de acuerdo con la pregunta elegida |
| Demanda Cognitiva:               | Alta                                     |
| Competencia:                     | Resuelve problemas                       |



Fuente: UMC. Elaboración propia.

Una vez completada la capacitación, la comunidad docente debe actualizar sus instrumentos de gestión, tales como el Proyecto Educativo Institucional – PEI, el Plan Anual de Trabajo – PAT, el PCI de la IE y el Reglamento Interno – RI. Este trabajo propone

rediseñar el PCI específicamente para el área de matemáticas, incorporando la redacción de los RA, *las metas de aprendizaje o propósitos de aprendizaje* como una forma de operacionalizar los aprendizajes que los estudiantes deben alcanzar, según lo planteado por la Drelm en el MGEA. En el *anexo 18* se presenta un PCI de matemáticas rediseñado.

Finalmente, en esta fase se deben identificar los requerimientos necesarios para implementar los cambios, para lo cual se deben seguir los lineamientos de política educativa para Lima Metropolitana, establecidos por la Drelm. Estos lineamientos se basan en un proceso de reflexión sobre: 1) la emergencia sanitaria de 2020 y 2021, 2) los resultados de la evaluación diagnóstica de los aprendizajes proporcionados por la ECE 2S M y Mundo IE, y 3) las demandas actuales de la sociedad. Esto permitirá definir las necesidades de aprendizaje de los estudiantes y avanzar en el cierre de las brechas de aprendizaje.

### **Fase 3 – Implementar:**

Una vez que *el equipo directivo* ha creado las condiciones adecuadas y *los docentes de matemáticas* se han capacitado sobre las concepciones de aprendizaje, enseñanza y evaluación propuestas en el PCI rediseñado, se procederá a implementar lo planificado.

**En cuanto al “aprendizaje” de matemáticas** (qué aprenderán los estudiantes), dado que los docentes ya han diversificado los aprendizajes planteados en los estándares por ciclo y desempeños por grado establecidos en el CNEB 2016, es necesario saber si los estudiantes alcanzan los aprendizajes previos necesarios. Por ello, en esta fase, los docentes deben diseñar instrumentos de evaluación diagnóstica que les permitan identificar las brechas de aprendizaje con las que los estudiantes ingresan al período académico. Con esta información, cruzada con los estándares y desempeños operacionalizados, se podrán

redactar los RA, *las metas de aprendizaje o propósitos de aprendizaje* para cada una de las sesiones o experiencias de aprendizaje.

**En cuanto a “la enseñanza” de matemáticas** (cómo enseñar), los docentes deberán diseñar sus sesiones de aprendizaje y experiencias de aprendizaje utilizando para ello la didáctica de matemáticas denominada EMR, del matemático Hans Freudenthal. Además, deberán elegir los recursos pedagógicos (libros de texto, cuadernos de trabajo, guías del profesor, etc.) que correspondan a la didáctica elegida.

**En cuanto a “la evaluación” de los aprendizajes de matemáticas** (cómo evaluar), dado que los docentes ya han sido capacitados en cómo redactar los RA, *las metas de aprendizaje o propósitos de aprendizaje*, y en cómo elaborar las fichas técnicas de cada reactivo diseñado para evaluar dichos aprendizajes, tal como el nivel de desarrollo de las capacidades matemáticas de “matematiza situaciones” y “elabora y usa estrategias”, antes de tomar dichas evaluaciones deberán verificar y validar los RA (metas o propósitos de aprendizaje), las fuentes de verificación y el procedimiento de sistematización y análisis de los resultados obtenidos.

#### **Fase 4 – Evaluar:**

Una vez que el equipo directivo ha creado las condiciones e implementado la propuesta, es necesario evaluar los resultados en cuanto al cierre de la brecha de aprendizaje en matemáticas que se pretende lograr con el rediseño del PCI del área de matemáticas. Este rediseño del PCI trae consigo una nueva forma de operacionalizar los aprendizajes mediante los RA, *las metas de aprendizaje o propósitos de aprendizaje*, una nueva forma de enseñar matemáticas usando la EMR, y una mejora en la forma de evaluar los aprendizajes, siguiendo la propuesta de la UMC del Minedu al diseñar la ECE.



Seguidamente, el equipo directivo debe analizar si los docentes diseñan sus sesiones de aprendizaje y experiencias de aprendizaje usando la EMR. Finalmente, se deben analizar los resultados de las evaluaciones realizadas y tomar las medidas correspondientes.

#### d) Cronograma de acciones

**Tabla 15**

*Cronograma de Acciones para Implementar la Propuesta*

| Fases  | 2024 | 2025    | Bimestre 2025 |    |     |    |
|--|------|---------|---------------|----|-----|----|
|  | Dic  | ene-feb | I             | II | III | IV |
| <b>1 – Soñar</b>                                   |      |         |               |    |     |    |
| Jornada de reflexión con docentes                  | X    |         |               |    |     |    |
| Jornada de reflexión con padres de familia         | X    |         |               |    |     |    |
| <b>2 – Generar condiciones</b>                     |      |         |               |    |     |    |
| Capacitación a docentes de la IE                   |      | X       |               |    |     |    |
| Rediseño del PCI de matemática de la IE            |      | X       |               |    |     |    |
| Identificar requerimientos para implementación     |      | X       |               |    |     |    |
| Programación de aprendizajes (indicador)           |      | X       |               |    |     |    |
| <b>3 – Implementar</b>                             |      |         |               |    |     |    |
| Verificar y validar metas de aprendizaje - inicial |      |         |               | X  |     |    |
| Aplicación de la evaluación diagnóstico            |      |         |               | X  |     |    |
| Verificar y validar metas de aprendizaje - final   |      |         |               | X  |     |    |
| Reprogramación de aprendizajes (indicador)         |      |         |               | X  |     |    |
| Elección de casos (experiencias de aprendizaje)    |      |         | X             | X  | X   | X  |
| Diseño de sesiones de aprendizaje                  |      |         | X             | X  | X   | X  |
| Diseño de instrumentos de evaluación               |      |         | X             | X  | X   | X  |
| Capacitación y acompañamiento docente              |      |         |               | X  |     | X  |
| <b>4 – Evaluar</b>                                 |      |         |               |    |     |    |
| Evaluación de la implementación docente            |      |         |               | X  |     | X  |
| Evaluación del aprendizaje logrado por estudiante  |      |         |               | X  |     | X  |
| Jornada de reflexión                               |      |         |               | X  |     | X  |
| Reajuste de la propuesta                           |      |         |               | X  |     | X  |

Elaboración propia.

#### e) Viabilidad de la propuesta

El proyecto es viable debido a que se cuenta con asesoría técnica para su desarrollo.

- ✓ Se cuenta con un asesor experto en diseño e implementación curricular, especializado en didáctica de matemáticas usando el enfoque de la EMR, dispuesto a ayudar voluntariamente.
- ✓ El liderazgo escolar es consciente de que cerrar la brecha de aprendizaje generada debido al bajo logro de aprendizajes esperados en matemáticas implica cambiar la manera en que se enseña matemáticas, ECRP, y cómo se evalúan los aprendizajes.
- ✓ Los docentes de matemáticas de la IE están dispuestos a capacitarse en el enfoque realista para la enseñanza de matemáticas.

f) Criterios e indicadores de evaluación de los objetivos de la propuesta

**Tabla 16**

*Objetivos – Metas – Indicadores – Fuente de verificación*

| Objetivos  | Metas   | Indicadores   | Fuente de verificación                   |
|--|---|---|--|
| <b>General</b>   |   |   |  |
| <u>Rediseñar</u> el Proyecto Curricular Institucional del área de matemáticas de la I.E. Mariscal Andrés Avelino Cáceres Dorregaray con el fin de mejorar la enseñanza de matemáticas y promover un aprendizaje significativo en los estudiantes.        | 100 % del PCI del área de matemáticas de la IE Perú-Birf. rediseñado para diciembre de 2024.  | a. % avance del rediseño del PCI del área de matemáticas de la IE.  | Lista de cotejo                          |
| <b>Específico 1</b>  |   |   |  |
| <u>Diversificar</u> los aprendizajes planteados en el Currículo Nacional, estableciendo descriptores de aprendizaje claros y específicos para cada sesión de aprendizaje en el área de matemáticas.  | 100 % de las metas de aprendizaje diversificadas para febrero 2025.   | a. % de avance de diversificación de las metas de aprendizaje para cada sesión de aprendizajes de matemáticas.  | Lista de cotejo<br>Documentos de gestión |
| <b>Específico 2</b>  |   |   |  |
| <u>Diseñar</u> sesiones de aprendizaje basadas en el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR) para fomentar la comprensión profunda y la aplicación de conceptos y capacidades, como la matematización, en la solución de problemas cotidianos. | 100 % de las sesiones de aprendizaje diseñadas aplicando el enfoque de la EMR.  | a. % de avance del diseño de sesiones de aprendizaje aplicando el enfoque de la EMR.  | Lista de cotejo<br>Documentos de gestión |
| <b>Específico 3</b>  |   |   |  |
| <u>Elaborar</u> instrumentos de evaluación que permitan medir el logro de los aprendizajes de acuerdo con las metas de aprendizaje establecidas.   | 100 % de los instrumentos de evaluación elaborados miden el logro de los aprendizajes planteados en términos de metas de aprendizaje. | a. % de avance de la elaboración de instrumentos de evaluación que midan el logro de los aprendizajes planteados en términos de metas de aprendizaje. | Lista de cotejo<br>Documentos de gestión |

Elaboración propia.

## 6. Referencias Bibliográficas

- Adam, S. (2004). A consideration of the nature, role, application, and implications for European education of employing 'learning outcomes' at the local, national and international levels. Bologna Seminar on 'Using Learning Outcomes' Edinburgh, United Kingdom.
- Bakker, A. (2004). Design research in statistics education. On symbolizing and compute tools. Dissertation. CD-B Press. Center for Science and Mathematics Education, Freudenthal Institute, Utrecht University.
- Bloom, B.S., Engelhart, M., D., Furst, E.J., Hill, W. and Krathwohl, D. (1956), Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals. Volume I: The cognitive domain. New York: McKay.
- Bressan, A., Zolkower, B., & Gallego, M. (2004). La educación matemática realista: Principios en que se sustenta. Escuela de invierno en Didáctica de la Matemática.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. Trabajos de matemática N 19.
- Bruner, J. (1996). The Culture of Education. Harvard University Press.
- Camilloni, A. R. (1987). El Saber didáctico. Paidós.
- De Moor, E. (1991). "Geometry instruction (age 4-14) in The Netherlands: the realistic approach". En: Streefland, L. (Ed.), Realistic Mathematics Education in Primary School, Utrecht: Freudenthal Institute.
- Devlin, K. (1999). Mathematics: The New Golden Age. Columbia University Press.
- Escribano-González, A. (2004). Aprender a enseñar: fundamentos de didáctica general. Cuenca: Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha.

- Fe y Alegría (2003). Propuesta Pedagógica de Fe y Alegría: Lineamientos teóricos y prácticos para la construcción de la propuesta pedagógica de centros y programas. Escrib Editores S.R.L. Lima, Perú.
- Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1991). Revisiting Mathematics Education: China Lectures, Kluwer, Dordrecht, Reidel Publishing Co.
- Gravemeijer, K (1994): Developing Realistic Mathematics Education. Utrecht University: Freudenthal Institute.
- Gravemeijer, K. y Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: a calculus course as an example. Educational Studies in Mathematics 39.
- Jerez, O. (2012). Los resultados de aprendizaje en la Educación Superior por Competencias. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, España.
- Ministerio de Educación – Minedu (2005). Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, aprobado mediante Resolución Ministerial 667-2005-ED.
- Ministerio de Educación – Minedu (2008). Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, aprobado mediante Resolución Ministerial 440-2008-ED.
- Ministerio de Educación – Minedu (2013). Rutas de Aprendizaje versión 2013. ¿Qué y cómo aprenden nuestros adolescentes? Números y operaciones; Cambio y relaciones. VII Ciclo. Lima, Impreso en el Perú.
- Ministerio de Educación – Minedu (2015). Rutas de Aprendizaje versión 2015. ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Área curricular de Matemática. VII Ciclo. Lima, Impreso en el Perú.

- Ministerio de Educación – Minedu (2016a). Currículo Nacional de la Educación Básica, aprobado mediante Resolución Ministerial 281-2016-MINEDU.
- Ministerio de Educación – Minedu (2016b). Reporte Técnico: Marco de Fundamentación de las Pruebas de la Evaluación Censal de Estudiantes.
- Ministerio de Educación – Minedu (2016c). Programa Curricular de Educación Inicial, Programa Curricular de Educación Primaria, y Programa Curricular de Educación Secundaria, aprobado mediante Resolución Ministerial 649-2016-MINEDU.
- National Council of Teachers of Mathematics – NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathematics. USA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Author.
- Niss, M. (1994). Investigaciones en la enseñanza de la matemática. [Investigations in Mathematics Education]. OECD Publishing.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico - OCDE (2017). Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias. OECD Publishing, Paris.
- Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando: Academic Press.
- Sistema europeo de transferencia y acumulación de créditos – ECTS (2007). Manual del Sistema Europeo de Transferencia de Créditos.
- Streefland L. y van Ameron B. (1996). “Didactical phenomenology of equations”. En J. Giménez, R. Campos y B. Gómez (eds): Arithmetics and algebra education: searching for the future. Universidad Rovira I Virgili. Tarragona.
- Torres-Maldonado, H. & Girón, D. (2009). Didáctica general. San José: Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana.

- Trigo, L. (2008). La resolución de problemas matemáticos: Avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. Investigación en educación matemática XII (p. 8). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Turner, R. et al. (2013), "Using mathematical competencies to predict item difficulty in PISA", in M. Prenzel, et al. (eds.), Research on PISA: Research Outcomes of the PISA Research Conference 2009, Springer, New York.
- Van Ameron B. (2003). Focusing on informal strategies when linking arithmetic to early algebra. Educational Studies in Mathematics.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic mathematics education in The Netherlands. En J. Anghileri (Ed.), Principles and practices in arithmetic teaching, Buckingham: Open University Press.

## 7. Anexos



## Anexo 1: Resoluciones del Minjus y respuestas del Minedu.

En siguiente enlace se encuentran resoluciones del Ministerio de Justicia (Minjus) solicitando al Ministerio de Educación (Minedu) la entrega de diversas capacitaciones para implementar del Currículo Nacional 2016.

[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc)

## Anexo 2: Resultados Evaluación ECE y Mundo IE de la IE Perú-Birf.

### Resultado ECE 2S M y L 2015, 2016, 2018, 2019 - IE Mariscal Andrés Bello Cáceres Dorregaray - UGEL 04

#### Reporte de Evaluación ECE 2015, 2016, 2018, 2019 - Matemática 2do de Secundaria

|      |         | MATEMÁTICA                                   |           |            |               |  |           |            |               |           |
|------|---------|--|-----------|------------|---------------|--|-----------|------------|---------------|-----------|
| Año  | tipo    | Número de estudiantes en cada nivel de logro |           |            |               | Porcentaje de estudiantes en cada nivel de logro |           |            |               | medida500 |
|      |         | Previo al inicio                             | En inicio | En proceso | Satisfactorio | Previo al inicio                                 | En inicio | En proceso | Satisfactorio |           |
| 2019 | JEC     | 73   | 57        | 21         | 11            | 45.1%  | 35.2%     | 13.0%      | 6.8%          | 531       |
| 2018 | JEC     | 63   | 66        | 17         | 12            | 39.9%  | 41.8%     | 10.8%      | 7.6%          | 541       |
| 2016 | REGULAR | 66   | 53        | 18         | 8             | 45.5%  | 36.6%     | 12.4%      | 5.5%          | 535       |
| 2015 | REGULAR | 44   | 52        | 6          | 3             | 41.9%  | 49.5%     | 5.7%       | 2.9%          | 530       |

#### Reporte de Evaluación ECE 2015, 2016, 2018, 2019 - Lectura 2do de Secundaria

|      |         | LECTURA                                      |           |            |               |  |           |            |               |           |
|------|---------|--|-----------|------------|---------------|--|-----------|------------|---------------|-----------|
| Año  | tipo    | Número de estudiantes en cada nivel de logro |           |            |               | Porcentaje de estudiantes en cada nivel de logro |           |            |               | medida500 |
|      |         | Previo al inicio                             | En inicio | En proceso | Satisfactorio | Previo al inicio                                 | En inicio | En proceso | Satisfactorio |           |
| 2019 | JEC     | 38   | 88        | 31         | 6             | 23.3%  | 54.0%     | 19.0%      | 3.7%          | 540       |
| 2018 | JEC     | 27   | 64        | 45         | 22            | 17.1%  | 40.5%     | 28.5%      | 13.9%         | 566       |
| 2016 | REGULAR | 32   | 62        | 34         | 17            | 22.1%  | 42.8%     | 23.4%      | 11.7%         | 560       |
| 2015 | REGULAR | 29   | 54        | 19         | 3             | 27.6%  | 51.4%     | 18.1%      | 2.9%          | 542       |

Fuente: UMC-Minedu. Elaboración propia.

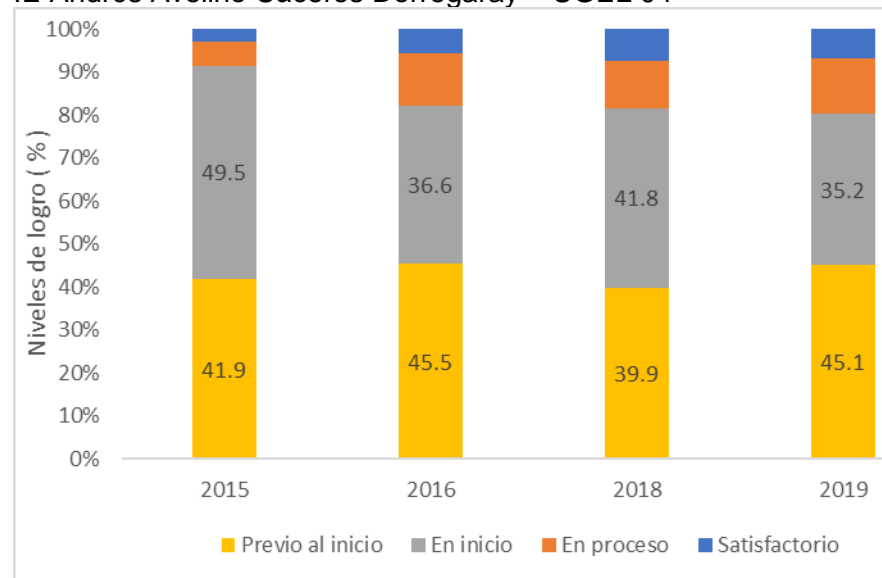
### Resultados ECE 2do Secundaria Matemática 2015, 2016, 2018, 2019 – IE Andrés Bello Cáceres – UGEL 04

Resultados ECE 2S M 2015, 2016, 2018 y 2019  
IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray – UGEL 04

| Nivel            | 2015 | 2016 | 2018 | 2019 |
|------------------|------|------|------|------|
| Satisfactorio    | 2.9  | 5.5  | 7.6  | 6.8  |
| En proceso       | 5.7  | 12.4 | 10.8 | 13.0 |
| En inicio        | 49.5 | 36.6 | 41.8 | 35.2 |
| Previo al inicio | 41.9 | 45.5 | 39.9 | 45.1 |

Fuente: UMC. Elaboración propia.

Resultados ECE 2S M 2015, 2016, 2018 y 2019  
IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray – UGEL 04



Fuente: UMC-Minedu. Elaboración propia.

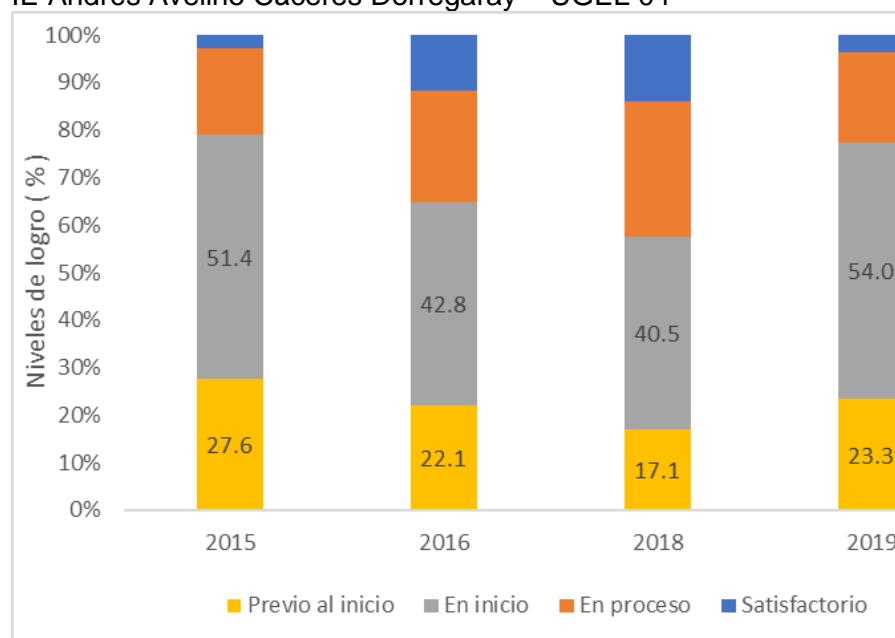
**Resultados ECE 2do Secundaria Lectura 2015, 2016, 2018, 2019 – IE Andrés Avelino Cáceres – UGEL 04**

Resultados ECE 2S L 2015, 2016, 2018 y 2019  
IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray – UGEL 04

| Nivel            | 2015 | 2016 | 2018 | 2019 |
|------------------|------|------|------|------|
| Satisfactorio    | 2.9  | 11.7 | 13.9 | 3.7  |
| En proceso       | 18.1 | 23.4 | 28.5 | 19.0 |
| En inicio        | 51.4 | 42.8 | 40.5 | 54.0 |
| Previo al inicio | 27.6 | 22.1 | 17.1 | 23.3 |

Fuente: UMC. Elaboración propia.

Resultados ECE 2S L 2015, 2016, 2018 y 2019  
IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray – UGEL 04



Fuente: UMC-Minedu. Elaboración propia.

Archivo Excel conteniendo el detalle del Anexo 2: Resultados ECE 2do Secundaria 2015, 2016, 2018 y 2019 de la **IE Mariscal Andrés Avelino Cáceres Dorregaray – UGEL 04–Comas**, se encuentra en el siguiente enlace.

[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc)

## Resultado Matemática Mundo IE 2021 - IE Mariscal Andrés Avelino Cáceres Dorregaray - UGEL 04

### Reporte de Evaluación de progreso de Final y Medio termino 2021 - Matemática 2do de Secundaria

| Evaluación de Progreso | Cantidad de Estudiantes | Logrado | En Proceso | En inicio | % Logrado | % En Proceso | % En inicio |
|------------------------|-------------------------|---------|------------|-----------|-----------|--------------|-------------|
| Medio termino          | 85                      | 7       | 25         | 53        | 8.24%     | 29.41%       | 62.35%      |
| Final                  | 89                      | 8       | 20         | 61        | 8.99%     | 22.47%       | 68.54%      |

### Reporte de Evaluación de progreso de Final y Medio termino 2021 - Matemática 5to de Secundaria

| Evaluación de Progreso | Cantidad de Estudiantes | Logrado | En Proceso | En inicio | % Logrado | % En Proceso | % En inicio |
|------------------------|-------------------------|---------|------------|-----------|-----------|--------------|-------------|
| Medio termino          | 77                      | 2       | 6          | 69        | 2.60%     | 7.79%        | 89.61%      |
| Final                  | 86                      | 3       | 13         | 70        | 3.49%     | 15.12%       | 81.40%      |

Fuente: Drelm. Elaboración propia.

## Resultado Lectura Mundo IE 2021 - IE Mariscal Andrés Avelino Cáceres Dorregaray - UGEL 04

### Reporte de Evaluación de progreso de Final y Medio termino 2021 - Lectura 2do de Secundaria

| Evaluación de Progreso | Cantidad de Estudiantes | Logrado | En Proceso | En inicio | % Logrado | % En Proceso | % En inicio |
|------------------------|-------------------------|---------|------------|-----------|-----------|--------------|-------------|
| Medio termino          | 79                      | 11      | 38         | 30        | 13.92%    | 48.10%       | 37.97%      |
| Final                  | 74                      | 33      | 26         | 15        | 44.59%    | 35.14%       | 20.27%      |

### Reporte de Evaluación de progreso de Final y Medio termino 2021 - Lectura 5to de Secundaria

| Evaluación de Progreso | Cantidad de Estudiantes | Logrado | En Proceso | En inicio | % Logrado | % En Proceso | % En inicio |
|------------------------|-------------------------|---------|------------|-----------|-----------|--------------|-------------|
| Medio termino          | 72                      | 28      | 32         | 12        | 38.89%    | 44.44%       | 16.67%      |
| Final                  | 83                      | 30      | 39         | 14        | 36.14%    | 46.99%       | 16.87%      |

Fuente: Drelm. Elaboración propia.

## Reporte de Evaluación de Progreso Final - DRELM 2021

| Nivel           | Área                 | Grado  | Total  | Logrado |       | En proceso |       | En inicio |       |
|-----------------|----------------------|--------|--------|---------|-------|------------|-------|-----------|-------|
|                 |                      |        |        | Total   | %     | Total      | %     | Total     | %     |
| Primaria        | COMUNICACIÓN         | 2º     | 10,757 | 9,865   | 91.7% | 581        | 5.4%  | 311       | 2.9%  |
|                 |                      | 4º     | 11,203 | 7,589   | 67.7% | 2,513      | 22.4% | 1,101     | 9.8%  |
|                 |                      | 6º     | 10,050 | 4,563   | 45.4% | 3,565      | 35.5% | 1,922     | 19.1% |
|                 | MATEMÁTICA           | 2º     | 10,652 | 5,695   | 53.5% | 4,477      | 42.0% | 480       | 4.5%  |
|                 |                      | 4º     | 10,606 | 4,408   | 41.6% | 4,412      | 41.6% | 1,786     | 16.8% |
|                 |                      | 6º     | 10,651 | 4,298   | 40.4% | 4,297      | 40.3% | 2,056     | 19.3% |
| PERSONAL SOCIAL | 6º                   | 10,406 | 7,012  | 67.4%   | 1,948 | 18.7%      | 1,446 | 13.9%     |       |
| Secundaria      | CIENCIA Y TECNOLOGÍA | 2º     | 8,053  | 1,876   | 23.3% | 2,062      | 25.6% | 4,115     | 51.1% |
|                 |                      | 5º     | 7,239  | 1,836   | 25.4% | 1,571      | 21.7% | 3,832     | 52.9% |
|                 | CIENCIAS SOCIALES    | 2º     | 8,370  | 2,745   | 32.8% | 2,811      | 33.6% | 2,814     | 33.6% |
|                 |                      | 5º     | 6,990  | 2,086   | 29.8% | 2,106      | 30.1% | 2,798     | 40.0% |
|                 | COMUNICACIÓN         | 2º     | 8,056  | 3,447   | 42.8% | 2,979      | 37.0% | 1,630     | 20.2% |
|                 |                      | 5º     | 8,005  | 2,937   | 36.7% | 3,416      | 42.7% | 1,652     | 20.6% |
|                 | MATEMÁTICA           | 2º     | 8,269  | 850     | 10.3% | 2,251      | 27.2% | 5,168     | 62.5% |
|                 |                      | 5º     | 7,514  | 1,364   | 18.2% | 885        | 11.8% | 5,265     | 70.1% |

Fuente: Drelm.



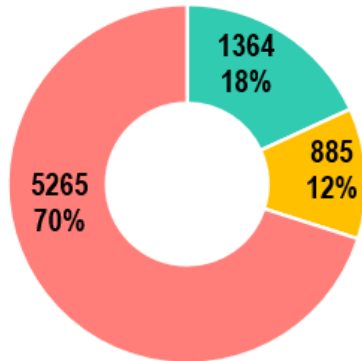
## COMPETENCIA - DRE / UGEL

UGEL 04 COMAS

Seleccionar

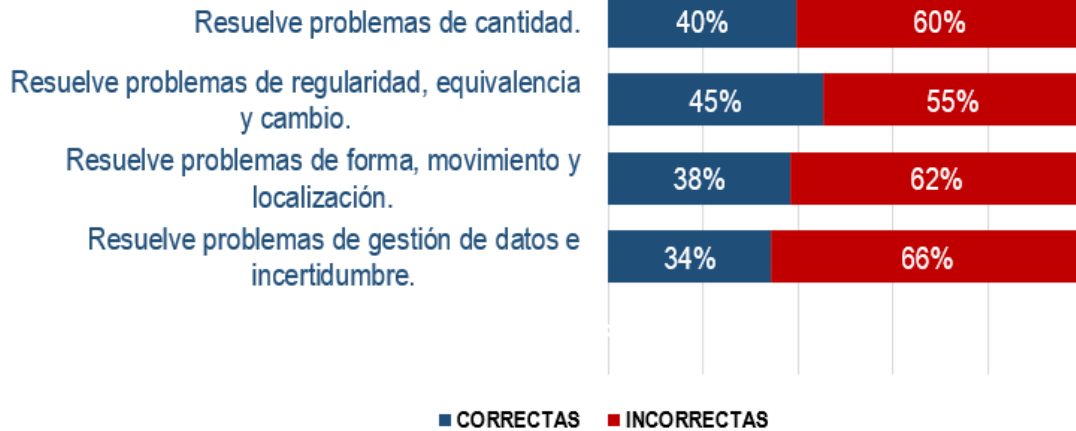


### QUINTO SECUNDARIA - MATEMÁTICA



■ Logrado ■ En proceso ■ En inicio

### QUINTO GRADO DE SECUNDARIA SEGUN COMPETENCIA MATEMÁTICA - UGEL 04 COMAS



■ CORRECTAS ■ INCORRECTAS

Fuente: Drelm.

Archivo Excel conteniendo el detalle del Anexo 2: Resultados Evaluación Mundo IE 2021, Aprendemos Juntos, Aprendemos todos 2021 y 2023 de la **IE Mariscal Andrés Avelino Cáceres Dorregaray – UGEL 04–Comas**, se encuentra en el siguiente enlace.

[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc)

## Referentes conceptuales

### Anexo 3 – Conocimientos matemáticos según Devlin (1999) y otros.

**Matemática:** Es una rama del saber humano constituida por el conjunto de conocimientos sistemáticos comprobables sobre fenómenos sociales, artificiales y naturales que son explicados a través de las matemáticas. Estos conocimientos son obtenidos mediante la observación y la experimentación, la explicación de sus principios y causas y la formulación y verificación de hipótesis, deduciéndose formulas, principios y leyes a través de las cuales se construyen modelos, teorías y sistemas mediante el método científico Devlin (1999). En la siguiente tabla se muestra los campos temáticos en los cuales se subdivide.

*Campos temáticos usados en el presente trabajo*

| Propuesta         | Elegidos por el Minedu               | Definición  |
|-------------------|--------------------------------------|---|
| Aritmética -----  | - Cantidad                           | - Minedu no han definido dichos campos temáticos en el Currículo Nacional |
| Geometría -----   | - Forma, movimiento y localización   |   |
| Algebra -----     | - Regularidad, equivalencia y cambio |   |
| Estadística ----- | - Gestión de datos e incertidumbre   |   |

Fuente: Minedu. Elaboración propia.

**Aritmética:** El término proviene del griego “arithmos” que significa número y el sufijo “tikos” que significa relativo a por lo que significa relativo a los números o “el arte de contar”. Es una rama de las matemáticas cuyo objeto de estudio son los números, las teorías de los números y los métodos de cálculos como; adición, multiplicación o sus inversas, sustracción o división Davenport (1999). Con el paso del tiempo se incorporaron otras operaciones como la potenciación y su inversa radicación y logaritmación. Se pasó de usar en sus inicios números naturales (libros 7, 8 y 9 de “Los Elementos”), para incorporar decimales, números negativos hasta números racionales, irracionales, reales, complejos e imaginarios.

**Algebra:** El término proviene del árabe “الجبر” y significa reintegración, recomposición y obtención de datos, el cual fue usado por primera vez en el libro del matemático y astrónomo persa Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī: la ciencia del restablecimiento y el equilibrio. Es una rama de las matemáticas, que evoluciona de la aritmética, cuyo objeto de estudio se representa a través de números, símbolos y signos. Los símbolos son letras que representan parámetros (coeficientes o variables) o cantidades desconocidas (incógnitas). Los signos son las operaciones que se necesitan efectuar para relacionar los números con los símbolos, bien sea operaciones de multiplicación, suma, resta, entre otras. Cuando ciertos números y símbolos (coeficientes, variables o incógnitas) son separados por signos donde no se incluye la igualdad se llama expresión algebraica, cuando son separados por signos donde se incluye la igualdad se llama ecuación, y si en lugar de igualdad se introduce una desigualdad se llama inecuación. Estos números, símbolos y signos sirven para modelar, matematizar, simbolizar, representar un fenómeno de estudio en términos de reglas o principios generales. En el álgebra, se generalizan las operaciones aritméticas en una combinación abstracta sujeta a reglas.

**Geometría:** El término proviene del griego “geo” que significa tierra y “metrein” que significa medida por lo que inicialmente significó la actividad o “el arte de medir la tierra”. Con Pitágoras y Euclides, la geometría se convirtió en una de las cuatro artes del Cuadrivio (aritmética, geometría, música y astronomía), trabajo preparatorio para el estudio de la filosofía y la teología, cambiando su significado a “la ciencia del espacio”, en el que se estudia las propiedades de las figuras en el plano o el propio espacio, incluyendo; puntos, rectas, planos, polítopos. Es una rama de las matemáticas que inicialmente constituía un cuerpo de conocimiento relacionado con longitudes, ángulos, áreas y volúmenes.

**La geometría euclidiana:** Toma su nombre del padre de la geometría, el matemático griego Euclides que en su obra “Los Elementos”, organiza y formaliza el conocimiento de la geometría al asumir un pequeño conjunto de axiomas (postulados) a partir de los cuales deduce muchas otras proposiciones (teoremas). La geometría euclidiana tiene dos tipos fundamentales de medidas: ángulo y distancia. Las medidas de área y volumen se derivan de las distancias. En esta geometría se cumple que la suma de los tres ángulos interiores de un triángulo es  $180^\circ$ .

**La geometría no euclidiana:** Se denomina así, a cualquier sistema formal de geometría en la que no se satisface el quinto postulado de Euclides planteado en su tratado “Elementos” (Si una recta corta a otras dos formando, a un mismo lado de la secante, dos ángulos internos agudos, esas dos rectas prolongadas indefinidamente se cortan del lado en el que están dichos ángulos). La geometría hiperbólica satisface solo los cuatro primeros postulados de Euclides y tiene curvatura negativa (la suma de los tres ángulos interiores de un triángulo es inferior a  $180^\circ$ ). La geometría elíptica satisface solo los cuatro primeros postulados de Euclides y tiene curvatura positiva (la suma de los tres ángulos interiores de un triángulo es mayor a  $180^\circ$ ).

**Estadística:** El término proviene del profesor y economista alemán Gottfried Achenwall (1719 – 1772) quien creó la palabra “Statistik” (en alemán) inspirado en el latín “status” (estado) y sufijo “icus” (relativo a), pues pensaba que la estadística como ciencia de recopilación y análisis de datos, herramienta muy útil para los políticos y gobernantes de una nación. Es una rama de las matemáticas a través de la cual se observa, recolecta, analiza, describe y estudia una serie de datos representados con números y sus operaciones (aritmética), a fin de establecer comparaciones o variabilidad que permitan comprender un fenómeno de estudio.

**Estadística descriptiva (deductiva):** Se dedica a la descripción, visualización y resumen de datos originados a partir de un fenómeno en estudio. Permite organizar y describir características sobre un conjunto de datos, sin llegar a generalizaciones, con el propósito de facilitar su aplicación. Algunos signos estadísticos son; media, desviación estándar, varianza, y la manera de representar los datos es a través de histogramas, gráfico circular, de barras, etc.



**Estadística inferencial (inductiva):** Se dedica a la generación de modelos, inferencias y predicciones asociadas a un fenómeno en estudio, teniendo en cuenta la aleatoriedad de las observaciones. Se usa para modelar patrones en los datos y extraer inferencias acerca de la población bajo estudio. Estas inferencias pueden generar respuestas binarias sí/no (prueba de hipótesis), estimaciones, pronósticos, desviación típica, descripciones de asociación (correlación), modelamiento de relaciones entre variables (análisis de regresión), o análisis de distribución de la muestra, lo cual se representa a través de números, símbolos y signos como expresiones algebraicas. Otras técnicas de modelamiento incluyen análisis de varianza, series de tiempo y minería de datos. El objetivo es obtener conclusiones que permitan deducciones sobre el total de las observaciones basándose en la información obtenida.

## **Anexo 4 – Definición de habilidad según Bloom (1956) y otros autores.**

**Habilidad cognitiva** (definición sintética): Operaciones y procedimientos que puede usar el estudiante para adquirir, retener y recuperar diferentes tipos de conocimientos y ejecución. Suponen del estudiante capacidades de representación (lectura, imágenes, habla, escritura y dibujo), capacidades de selección (atención e intención) y capacidades de autodirección (auto programación y autocontrol) (Rigney, 1978). Perkins (1985), comentando el problema de la generalidad o especificidad de las habilidades cognitivas, señala una posible distinción entre estilos cognitivos y estrategias; los primeros están más íntimamente ligados a la conducta general de la persona, a su modo de pensar, de percibir, etc. (dependencia/independencia de campo; reflexividad/impulsividad, etc.), mientras las segundas son conductas más específicas aplicadas en un momento determinado de un proceso (como, repasar un texto que se acaba de leer). Aunque, advierten que cualesquiera de las posibilidades deben considerar que esas habilidades, sobre todo las de control ejecutivo, son difíciles de entrenar, desarrollándose y automatizándose lentamente. Por ello, sus investigaciones representan una integración de las diversas taxonomías existentes, incorporando estrategias de: memoria, lectura y estudio, solución de problemas y afectivas.

**Habilidad cognitiva** (definición analítica): Habilidades de alto orden facilitadoras del conocimiento pues operan directamente sobre la información, pues controla y regula las habilidades más específicas como; recoger, analizar, comprender, procesar y guardar información en la memoria, para, posteriormente, poder recuperarla y utilizarla (Nisbet y Shucksmith, 1987). Resnick y Beck (1976) distinguen entre actividades de tipo amplio, utilizadas para razonar y pensar (habilidades generales), y habilidades específicas, dedicadas a realizar una tarea concreta (habilidades mediacionales). En un sentido más preciso, Sternberg (1983) diferencia entre habilidades ejecutivas (útiles para planificar, controlar y revisar las estrategias empleadas en la ejecución de una tarea, como identificar un problema) y habilidades no ejecutivas (utilizadas en la realización concreta de una tarea, como comparar).

**Habilidad metacognitiva** (definición analítica): Habilidades de orden superior que controlan y regulan las habilidades cognitivas. Son facilitadoras de la cantidad y calidad del conocimiento que se tiene (productos), su control, su dirección y su aplicación a la resolución de problemas para ser competente (Nisbet y Shucksmith, 1987).

Para efectos del presente trabajo, entenderemos al conjunto de habilidades a desarrollar para lograr el aprendizaje de los estudiantes como contenidos procedimentales (CP) (Fe y Alegría, 2003). Además, usaremos los términos, habilidades cognitivas y habilidades metacognitivas desarrolladas en la siguiente tabla;

#### 4.1 Habilidades cognitivas y metacognitivas y su desagregación

| Habilidad      | Sub-habilidad   |
|----------------|---|
|                | - Atender ----- - Explorar, fragmentar, seleccionar y ejercer contra distractores.  |
|                | - Comprender ----- - Captar ideas, subrayar, traducir a lenguaje propio y resumir, graficar (redes, esquemas y mapas conceptuales).   |
| Cognitivas     | - Elaborar ----- - Preguntar, organizar (metáforas, analogías y mnemotecnia) y apuntar.   |
|                | - Memorizar/<br>Recuperar ----- - Codificar y generar respuestas.   |
|                | - Conocimiento del conocimiento - - De la persona, de la tarea y de la estrategia.  |
| metacognitivas | - Control de los procesos cognitivos -----<br>- <b>Planificar</b> : diseño de los pasos a dar, <b>autorregular</b> : seguir cada paso planificado, <b>evaluar</b> : valorar cada paso individualmente y en conjunto, <b>reorganizar</b> : modificar pasos erróneos hasta lograr el objetivo y <b>anticipar</b> : avanzar a nuevos aprendizajes. |

Fuente: Nisbet y Shucksmith (1987). Elaboración propia.

Además de la anterior clasificación de habilidades y sub-habilidades, Bloom et al. (1956) presenta su propia clasificación, categorización u ordenación basada en ciertos criterios que es conocida como **Taxonomía de Benjamín Bloom (1913-1999)**. En el presente trabajo usaremos la taxonomía de Bloom para redactar los resultados de aprendizaje, aprendizajes esperados que deben alcanzar los estudiantes definidos en base a metas de aprendizaje o propósitos de aprendizaje, que se muestran en el siguiente cuadro.

## **4.2 Habilidades cognitivas y metacognitivas y su desagregación según Bloom**

| <b>Habilidad</b> |  | <b>Sub-habilidad</b>  |
|------------------|--|---|
| Conocer          | - habilidad para retrotraer a la memoria o recordar hechos sin comprenderlos necesariamente.   | - Organizar, reunir, definir, describir, duplicar, enumerar, examinar, encontrar, identificar, rotular, listar, memorizar, nombrar, ordenar, perfilar, presentar, citar, rememorar, reconocer, recordar, anotar, narrar (relatar), relacionar, repetir, reproducir, mostrar, dar a conocer, tabular, decir, etc.  |
| Comprender       | - habilidad para comprender e interpretar información aprendida.   | - Asociar, cambiar, clarificar, clasificar, construir, contrastar, convertir, decodificar, defender, describir, diferenciar, discriminar, discutir, distinguir, estimar, explicar, expresar, extender, generalizar, identificar, ilustrar, indicar, inferir, interpretar, localizar, parafrasear, predecir, reconocer, informar, reformular, reescribir, revisar, seleccionar, solucionar, traducir, etc. |
| Aplicar          | - habilidad para utilizar material aprendido en situaciones nuevas, por ejemplo, trabajar con ideas y conceptos para solucionar problemas. | - Aplicar, apreciar, calcular, cambiar, seleccionar, completar, computar, construir, demostrar, desarrollar, descubrir, dramatizar, emplear, examinar, experimentar, encontrar, ilustrar interpretar, manipular, modificar, operar, organizar, practicar, predecir, preparar, producir, relatar, programar, seleccionar, mostrar, esbozar, solucionar, transferir, utilizar, etc.                         |
| Analizar         | - habilidad para descomponer la información en componentes.<br><br>Ejm. Buscar interrelaciones e ideas en la comprensión de un problema.   | - Analizar, valorar, organizar, desglosar, calcular, categorizar, clasificar, comparar, asociar, contrastar, criticar, debatir, deducir, determinar, diferenciar, discriminar, distinguir, dividir, examinar, experimentar, identificar, ilustrar, inferir, inspeccionar, investigar, ordenar, perfilar, señalar, interrogar, relacionar, separar, subdividir, examinar, etc.                             |

| Habilidad  |  | Sub-habilidad  |
|------------|--|--|
| Sintetizar | - habilidad de unir los diferentes componentes.                              | - Argumentar, organizar, juntar, categorizar, recopilar, combinar, compilar, componer, construir, crear, diseñar, desarrollar, idear, establecer, explicar, formular, generalizar, generar, integrar, inventar, hacer, lograr, modificar, organizar, originar, planificar, preparar, proponer, reordenar, reconstruir, revisar, reescribir, plantear, resumir, etc.            |
| Evaluar    | - habilidad de juzgar el valor de los elementos para propósitos específicos. | - Valorar, determinar (establecer), argumentar, estimar, adjuntar, seleccionar, comparar, concluir, contrastar, convencer, criticar, decidir, defender, discriminar, explicar, evaluar, calificar, interpretar, juzgar, justificar, medir, predecir, considerar (estimar), recomendar, relacionar, resolver, revisar, obtener puntaje, resumir, apoyar, validar, valorar, etc. |

Fuente: Bloom (1956). Elaboración propia

Anexo 5 – Capacidades matemáticas planteadas para evaluación PISA en (OCDE, 2017) y por la NCTA en (NCTA, 2000).

### **5.1 Capacidades matemáticas planteadas por la OCDE para evaluación PISA**

| Capacidad  | Descripción   |
|--|---|
| 1.<br>Matematización:                                | La competencia matemática puede suponer transformar un problema definido en el mundo real en una forma estrictamente matemática (esto puede suponer la estructuración, conceptualización, elaboración de suposiciones y/o formulación de un modelo) o la interpretación o valoración de un resultado o modelo matemático con relación al problema original. El término "matematización" se utiliza para describir las actividades matemáticas fundamentales implicadas.   |
| 2.<br>Diseño de estrategias para resolver problemas: | La competencia matemática suele requerir el diseño de estrategias para resolver problemas matemáticos. Esto implica un conjunto de procesos de control fundamentales que guían a un individuo para que reconozca, formule y resuelva problemas eficazmente. Esta destreza se caracteriza por la selección o diseño de un plan o estrategia para utilizar las matemáticas para resolver los problemas derivados de una tarea o contexto, además de guiar su implementación. Esta capacidad matemática puede ser requerida en cualquier etapa del proceso de resolución de problemas.   |
| 3.<br>Comunicación:                                  | La competencia matemática implica comunicación. El sujeto percibe la existencia de algún desafío y está estimulado para reconocer y comprender una situación problemática. La lectura, descodificación e interpretación de enunciados, preguntas, tareas u objetos le permite formar un modelo mental de la situación, que es un paso importante para la comprensión, clarificación y formulación de un problema. Durante el proceso de resolución, puede ser necesario resumir y presentar los resultados intermedios. Posteriormente, una vez que se ha encontrado una solución, el individuo que resuelve el problema puede tener que presentarla a otros y exponer una explicación o justificación. |
| 4.<br>Representación:                                | La competencia matemática suele venir acompañada de representaciones de objetos y situaciones matemáticas. Esto puede implicar la selección, interpretación, traducción y la utilización de una variedad de representaciones para plasmar una situación, interactuar con un problema o para presentar un trabajo propio. Las representaciones mencionadas incluyen gráficos, tablas, diagramas, imágenes, ecuaciones, fórmulas y materiales concretos.  |

| Capacidad  | Descripción  |
|--|--|
| 5.<br>Razonamiento y argumentación:  | <p>La capacidad matemática requerida en las distintas fases y actividades ligadas a la competencia matemática se denomina "razonamiento y argumentación". Esta capacidad implica procesos de pensamiento arraigados de forma lógica que exploran y conectan los elementos del problema para realizar inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación dada, o proporcionar una justificación de los enunciados o soluciones a los problemas.</p>   |
| 6.<br>Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico: | <p>La competencia matemática implica servirse de unas operaciones y un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico. Esto implica la comprensión, interpretación, manipulación y utilización de expresiones simbólicas en un contexto matemático (incluidas las expresiones y operaciones aritméticas) regido por convenciones y reglas matemáticas. También supone la comprensión y utilización de constructos formales basados en definiciones, reglas y sistemas formales, así como el uso de algoritmos con estas entidades. Los símbolos, las reglas y los sistemas empleados varían en función de los conocimientos concretos de contenido matemático que se requieren en un ejercicio específico para formular, resolver o interpretar las matemáticas.</p> |
| 7.<br>Utilización de herramientas matemáticas:   | <p>La capacidad matemática definitiva que sustenta la competencia matemática en la práctica es el uso de herramientas matemáticas. Las herramientas matemáticas incluyen herramientas físicas, como los instrumentos de medición, además de calculadoras y herramientas informáticas que cada vez son más accesibles. Esta capacidad supone conocer y saber utilizar las distintas herramientas que pueden ser de ayuda en la actividad matemática y ser conscientes de sus limitaciones. Asimismo, las herramientas matemáticas pueden desempeñar un papel crucial en la comunicación de los resultados.</p>  |

Fuente: OCDE (2017). Elaboración propia.

## 5.2 Capacidades matemáticas planteadas por la NCTM

| Capacidad  | Descripción  |
|--|--|
| 1.<br>Resolución de problemas<br><b>(Problem Solving):</b>   | <p>Resolver problemas no es sólo un objetivo de aprender matemáticas, sino también un medio importante para hacerlo. Es una parte integral de las matemáticas, no una pieza aislada del programa de matemáticas. Los estudiantes requieren frecuentes oportunidades para formular, abordar y resolver problemas complejos que implican una cantidad significativa de esfuerzo. Se les debe alentar a reflexionar sobre su pensamiento durante el proceso de resolución de problemas para que puedan aplicar y adaptar las estrategias que desarrollan a otros problemas y en otros contextos. Al resolver problemas matemáticos, los estudiantes adquieren formas de pensar, hábitos de perseverancia y curiosidad y confianza en situaciones desconocidas que sirven mucho fuera del aula de matemáticas.</p>                               |
| 2.<br>Razonamiento y prueba<br><b>(Reasoning and Proof):</b> | <p>Razonamiento matemático y prueba ofrece formas poderosas de desarrollar y expresar ideas sobre una amplia gama de fenómenos. Personas que razonan y que piensan analíticamente tienden a notar patrones, estructuras o regularidades tanto en situaciones matemáticas como del mundo real. Preguntan si esos patrones son accidentales o si ocurren por una razón. Hacen e investigan conjeturas matemáticas. Desarrollan y evalúan argumentos matemáticos y pruebas, que son formas formales de expresar particular tipos de razonamiento y justificación. Explorando fenómenos, justificando resultados y utilizando conjeturas matemáticas en todas las áreas de contenido y, con diferentes expectativas de sofisticación, en todos los niveles de grado, los estudiantes deben ver y esperar que las matemáticas tengan sentido.</p> |
| 3.<br>Comunicación<br><b>(Communication):</b>                | <p>La comunicación matemática es una forma de compartir ideas y aclarar la comprensión. A través de la comunicación, las ideas se convierten en objetos de reflexión, refinamiento, discusión y enmienda. Cuando los estudiantes son desafiados a comunicar los resultados de su pensamiento a otros de forma oral o escrita, aprenden a ser claros, convincentes y precisos en el uso del lenguaje matemático.</p>  |



| Capacidad  | Descripción   |
|--|---|
| <p>3.</p> <p>Comunicación</p> <p><b>(Communication):</b></p>       | <p>Las explicaciones deben incluir argumentos matemáticos y fundamentos, no sólo descripciones o resúmenes de procedimientos.</p> <p>Escuchar las explicaciones de los demás brinda a los estudiantes oportunidades para desarrollar su propia comprensión. Conversaciones en qué ideas matemáticas se exploran desde múltiples perspectivas ayudan a los participantes a agudizar su pensamiento y hacer conexiones.</p>   |
| <p>4.</p> <p>Conexiones</p> <p><b>(Connections):</b></p>           | <p>Las matemáticas no son una colección de ramas o estándares separados, aunque a menudo están divididas y presentado de esta manera. Más bien, las matemáticas son un campo de estudio integrado. Cuando los estudiantes conectan ideas matemáticas, su comprensión es más profunda y duradera, y llegan a ver las matemáticas como un todo coherente. Ven conexiones matemáticas en la rica interacción entre temas matemáticos, en contextos que relacionan las matemáticas con otras materias, y en sus propios intereses y experiencia. A través de una instrucción que enfatice la interrelación de ideas matemáticas, los estudiantes aprenden no sólo matemáticas sino también sobre la utilidad de las matemáticas.</p>  |
| <p>5.</p> <p>Representaciones</p> <p><b>(Representations):</b></p> | <p>Las ideas matemáticas se pueden representar de diversas formas: cuadros, materiales concretos, tablas, gráficos, símbolos de números y letras, presentaciones de hojas de cálculo, etc. La forma en que se representan las ideas matemáticas es fundamental para la forma en que las personas entienden y utilizan esas ideas. Muchas de las representaciones que ahora tomamos por concedidos son el resultado de un proceso de refinamiento cultural que tuvo lugar durante muchos años. Cuando los estudiantes obtienen acceso a las representaciones matemáticas y a las ideas que expresan y cuando pueden crear representaciones para capturar conceptos o relaciones matemáticas, adquieren un conjunto de herramientas que amplían significativamente su capacidad para modelar y Interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.</p> |

Fuente: NCTM (2000). Elaboración propia.

**Anexo 6 – Capacidades matemáticas planteadas por el Minedu en; DCN 2005, DCN 2008, Rutas de Aprendizaje 2013, Rutas de Aprendizaje 2015 y la ECE 2S M 2015, 2016, 2018 y 2019.**

En siguiente enlace se presenta currículos aprobados por el Minedu desde el año 2005, y otros donde se definen las capacidades matemáticas presentadas a continuación.

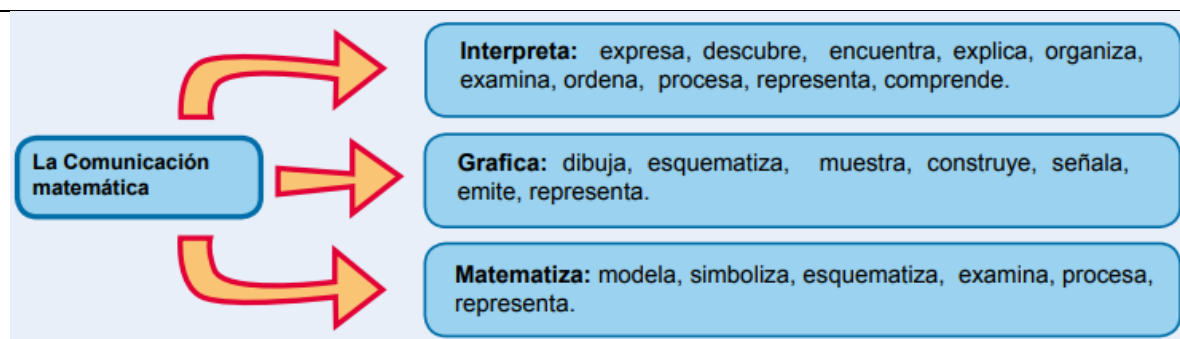
[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc)

**6.1 Capacidades matemáticas planteadas en el DCN 2005 por Minedu (2005)**

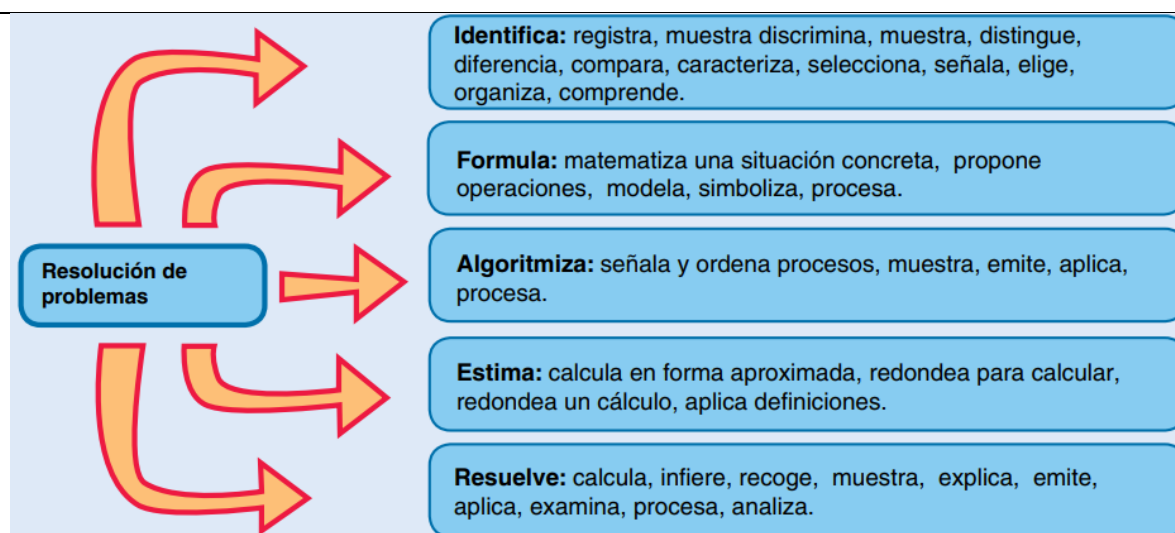
| Capacidad                          | Descripción   |
|------------------------------------|---|
| A.<br>Razonamiento y demostración: | <p>Para comprender la matemática es esencial saber razonar matemáticamente, debiendo convertirse en un hábito mental, y como todo hábito se desarrolla mediante un uso coherente en muchos contextos. Por ejemplo, la construcción de modelos geométricos y el razonamiento espacial ofrecen vías para interpretar y describir entornos físicos y pueden constituir herramientas importantes en la resolución de problemas. La visualización espacial, esto es, construir y manipular mentalmente representaciones de objetos de dos y tres dimensiones y percibir un objeto desde perspectivas diferentes, es un aspecto importante del pensamiento geométrico.</p> <p>Implica desarrollar ideas, explorar fenómenos, justificar resultados, expresar conclusiones e interrelaciones entre variables. El razonamiento y la demostración proporcionan formas de argumentación basados en la lógica. Razonar y pensar analíticamente, implica identificar patrones, estructuras o regularidades, tanto en situaciones del mundo real como en situaciones abstractas.</p> |



| Capacidad                                 | Descripción  |
|---|--|
| <p>B.</p> <p>Comunicación matemática:</p> | <p>Es una de las capacidades de área que adquiere un significado especial porque permite expresar, compartir y aclarar las ideas, las cuales llegan a ser objeto de reflexión, perfeccionamiento, discusión, análisis y reajuste, entre otros. Escuchar las explicaciones de los demás, da oportunidades para desarrollar la comprensión. Las conversaciones en las que se exploran las ideas matemáticas desde diversas perspectivas, ayudan a compartir lo que se piensa y a hacer conexiones matemáticas entre tales ideas. El desarrollo del lenguaje matemático proporciona a los estudiantes los elementos para la formulación de argumentos, la reflexión y aclaración de sus ideas sobre conceptos y situaciones con contenido matemático.</p> <p>Implica valorar la matemática entendiendo y apreciando el rol que cumple en la sociedad, es decir, comprender e interpretar diagramas, gráficas y expresiones simbólicas, que evidencian las relaciones entre conceptos y variables matemáticas para darles significado, comunicar argumentos y conocimientos, así como para reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y para aplicar la matemática a situaciones problemáticas reales.</p> |



| Capacidad                      | Descripción   |
|--------------------------------|---|
| C.<br>Resolución de problemas: | <p>Resolver problemas posibilita el desarrollo de capacidades complejas y procesos cognitivos de orden superior que permiten una diversidad de transferencias y aplicaciones a otras situaciones y áreas; y, en consecuencia, proporciona grandes beneficios en la vida diaria y en el trabajo. De allí que resolver problemas se constituye en el eje principal del trabajo en matemática; de este modo se posibilita, además, que se den cuenta de la utilidad de la matemática.</p> <p>Exige que los docentes planteen situaciones que constituyan desafíos, de tal manera que el estudiante observe, organice datos, analice, formule hipótesis, reflexione, experimente, empleando diversas estrategias, verifique y explique las estrategias utilizadas al resolver el problema; es decir, valorar tanto los procesos como los resultados.</p> <p>Mediante la Matemática, los estudiantes deberán a plantear problemas partiendo de su contexto y a enfrentar situaciones problémicas con una actitud crítica. También a razonar lo que hacen para obtener una solución y a valerse de los recursos que el mundo de hoy pone a su alcance para resolver problemas matemáticos y no matemáticos.</p> |



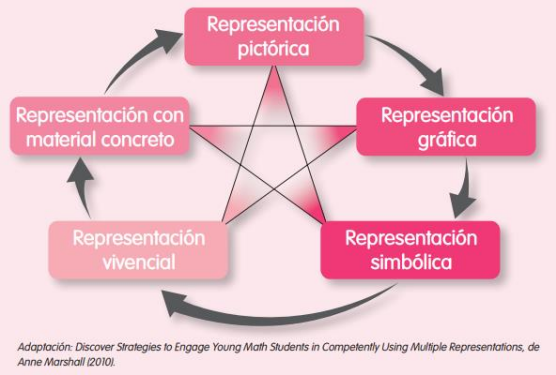
Fuente: Minedu (2005). Elaboración propia.

## 6.2 Capacidades matemáticas planteadas en el DCN 2008 por Minedu (2008)

| Capacidad                                | Descripción   |
|--|---|
| A.<br>Razonamiento<br>y<br>demostración: | <p>El proceso de Razonamiento y demostración implica desarrollar ideas, explorar fenómenos, justificar resultados, formular y analizar conjeturas matemáticas, expresar conclusiones e interrelaciones entre variables de los componentes del área y en diferentes contextos.</p> <p>Para formular e investigar conjeturas matemáticas, desarrollar y evaluar argumentos y comprobar demostraciones matemáticas, elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de demostración para que el estudiante pueda reconocer estos procesos como aspectos fundamentales de las matemáticas.</p>   |
| B.<br>Comunicación<br>matemática:        | <p>El proceso de Comunicación matemática implica organizar y consolidar el pensamiento matemático para interpretar, representar (diagramas, gráficas y expresiones simbólicas) y expresar con coherencia y claridad las relaciones entre conceptos y variables matemáticas; comunicar argumentos y conocimientos adquiridos; reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y aplicar la matemática a situaciones problemáticas reales.</p> <p>Para organizar y comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad; para expresar ideas matemáticas con precisión; para reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y la realidad, y aplicarlos a situaciones problemáticas reales.</p> |
| C.<br>Resolución de<br>problemas:        | <p>El proceso de Resolución de problemas implica que el estudiante manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione y mejore su proceso de pensamiento al aplicar y adaptar diversas estrategias matemáticas en diferentes contextos. La capacidad para plantear y resolver problemas, dado el carácter integrador de este proceso, posibilita la interacción con las demás áreas curriculares coadyuvando al desarrollo de otras capacidades; asimismo, posibilita la conexión de las ideas matemáticas con experiencias del estudiante.</p>   |

Fuente: Minedu (2008). Elaboración propia.

### 6.3 Capacidades matemáticas planteadas en Rutas de aprendizaje 2013 por Minedu

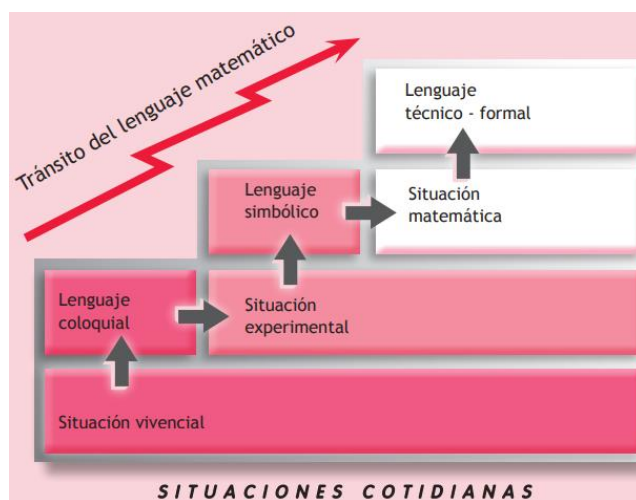
| Capacidad  | Descripción  |
|--|--|
| A.<br>Matematizar:   | Matematizar implica interpretar un problema definido en la realidad o parte de ella y transformarlo en una forma matemática para interpretar o evaluar un resultado o un modelo matemático en relación con el problema original.   |
| B.<br>Elaborar diversas estrategias para resolver problemas: | Implica seleccionar o elaborar un plan o estrategia sobre cómo utilizar las matemáticas para resolver problemas de la vida cotidiana. Respecto a las estrategias heurísticas a usar en la resolución de problemas tenemos; ensayo-error, hacer una lista sistemática, empezar por el final, razonar lógicamente, particularizar, generalizar, buscar patrones, plantear una ecuación y resolver un problema semejante pero más simple.   |
| C.<br>Comunicar:   | Desarrollar la capacidad de comunicación matemática implica promover el diálogo, la discusión, la conciliación y la rectificación de ideas. Esto permite al estudiante familiarizarse con el uso de significados matemáticos e incluso con un vocabulario especializado. Se debe promover espacios de discusión, de acuerdos, de rescatar errores y tomarlos como punto de debate. Asimismo, puede suscitar la participación de los estudiantes en sus grupos de trabajo y en las intervenciones personales. |
| D.<br>Representar:   | <p>La representación es un proceso y un producto que implica seleccionar, interpretar, traducir y usar una variedad de esquemas para expresar una situación, interactuar con el problema o presentar el resultado.</p>  <p><small>Adaptación: Discover Strategies to Engage Young Math Students in Competently Using Multiple Representations, de Anne Marshall (2010).</small></p>                                      |

| Capacidad | Descripción |
|-----------|-------------|
|-----------|-------------|

E.  
Utilizar expresiones simbólicas, técnicas y formales para resolver problemas:

Implica comprender, interpretar, manipular y usar expresiones simbólicas (incluidas las expresiones y las operaciones aritméticas) que se rigen por reglas y convenciones matemáticas, dentro de un contexto matemático. Implica también usar algoritmos. Igualmente, abarca comprender y usar construcciones formales basadas en definiciones, normas y sistemas formales. Los símbolos, normas y sistemas utilizados pueden variar según qué conocimiento matemático particular es necesario para una tarea específica, con la finalidad de formular, resolver e interpretar la matemática.

El uso de las expresiones y símbolos matemáticos ayuda a comprender las ideas matemáticas; sin embargo, estas expresiones no son fáciles de generar debido a la complejidad de los procesos de simbolización. En el



desarrollo de los aprendizajes, los estudiantes requieren previamente vivir experiencias y realizar inducciones usando lenguajes que vayan de lo coloquial a lo simbólico, transformándose posteriormente en un lenguaje técnico y formal, que se da con cierta intensidad y énfasis.

F.  
Argumentar:

Argumentar implica varias acciones: cuestionarse sobre cómo conectar diferentes partes de la información para llegar a una solución, analizar la información para crear un argumento de varios pasos, establecer vínculos o respetar restricciones entre diferentes variables, reflexionar sobre las fuentes de información relacionadas o hacer generalizaciones y combinar múltiples elementos de información.

Algunos escenarios que propician formas de razonamiento y argumentación son: de exposición o discusión, que promueven prácticas inductivas e integrativos.

Fuente: Minedu (2013). Elaboración propia.

#### 6.4 Capacidades matemáticas planteadas en Rutas de aprendizaje 2015 por Minedu

| Capacidad                        | Descripción   |
|----------------------------------|---|
| A.<br>Matematiza situaciones:    | <p>Es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo con la situación que le dio origen. Destaca la relación entre las situaciones reales y la matemática, resaltando la relevancia del modelo matemático, el cual se define como un sistema que representa y reproduce las características de una situación del entorno. Este sistema está formado por elementos que se relacionan y de operaciones que describen cómo interactúan dichos elementos; haciendo más fácil la manipulación o tratamiento de la situación (Lesh y Doerr 2003). Esta capacidad implica:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Reconocer características, datos, condiciones y variables de la situación que permitan construir un sistema de características matemáticas conocido como un modelo matemático, de tal forma que <b><u>reproduzca ó imite el comportamiento de la realidad.</u></b></li><li>- Contrastar, valorar y verificar la validez del modelo desarrollado o seleccionado, en relación con una nueva situación en comparación al problema original, reconociendo sus alcances y limitaciones.</li></ul> |
| B.<br>Elabora y usa estrategias: | <p>Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso. Asimismo, verificar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias fueron usadas de manera apropiada y óptima.</p> <p>Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales, que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la selección y ejecución de procedimientos matemáticos, estrategias heurísticas. Por ello, esta capacidad implica:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Elaborar y diseñar un plan de solución.</li><li>- Seleccionar y aplicar procedimientos y estrategias de diverso tipo.</li><li>- Valorar las estrategias, procedimientos y los recursos empleados.</li></ul>   |

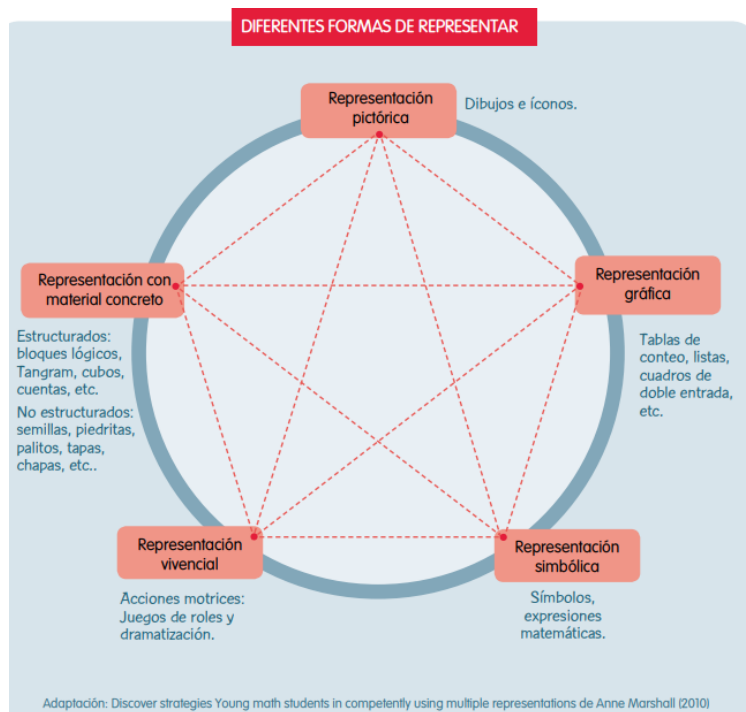


| Capacidad | Descripción |
|-----------|-------------|
|-----------|-------------|

C.  
Comunica y representa ideas matemáticas:

Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC. Las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.

Por ejemplo, un estudiante puede representar en un diagrama sagital, en una tabla de doble entrada o en el plano cartesiano, la relación de la cantidad de objetos vendidos con el dinero recaudado, reconociendo que todas estas representaciones muestran la misma relación.

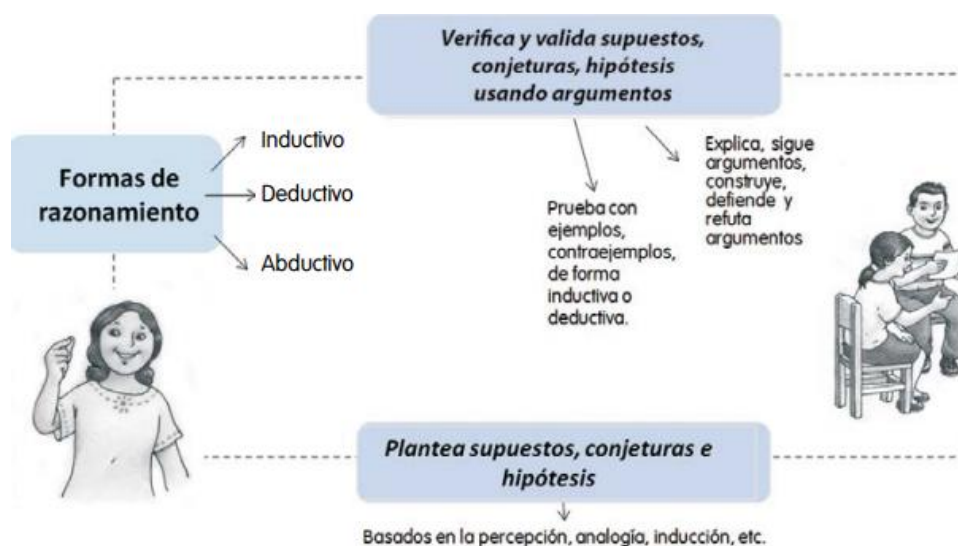


El manejo y uso de las expresiones y símbolos matemáticos que constituyen el lenguaje matemático se van adquiriendo de forma gradual en el mismo proceso de construcción de conocimientos. Conforme el estudiante va experimentando o explorando las nociones y relaciones, los va expresando de forma coloquial al principio, para luego pasar al lenguaje simbólico y, finalmente, dar paso a expresiones más técnicas y formales que permitan expresar con precisión las ideas matemáticas, las que responden a una convención.

| Capacidad | Descripción |
|-----------|-------------|
|-----------|-------------|

D.  
 Razona y argumenta generando ideas matemáticas:

Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando argumentos. Esto implica partir de la exploración de situaciones vinculadas a la matemática para establecer relaciones entre ideas, establecer conclusiones a partir de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas conexiones e ideas matemáticas.



Por ello, esta capacidad implica que el estudiante:

- Observe los fenómenos y establezca diferentes relaciones matemáticas.
- Explique sus argumentos al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis.
- Elabore conclusiones a partir de sus experiencias.
- Defienda sus argumentos y refute otros en base a sus conclusiones.

Fuente: Minedu (2015). Elaboración propia.

**6.5 Capacidades matemáticas planteadas en la ECE 2S M 2015, 2016, 2018 y 2019 por la UMC (Minedu)**

| Capacidad   | Descripción  |
|---|--|
| 1.<br>Matematiza situaciones:                         | Es “expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático” (p. 29). Esta capacidad implica el reconocimiento de características, datos, variables y condiciones del problema para dar curso a la construcción de un sistema que reproduzca o imite la realidad; asimismo, implica el uso del modelo en otras situaciones y la evaluación de sus alcances y limitaciones.  |
| 2.<br>Elabora y usa estrategias:                      | Se refiere a la capacidad de “planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos” (p. 32). Las habilidades que están involucradas en la capacidad son el diseño de un plan para solucionar el problema, la selección de procedimientos heurísticos, de cálculo mental, etc., y la valoración de las estrategias que fueron utilizadas. |
| 3.<br>Comunica y representa ideas matemáticas:        | Se trata de “comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas de forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra” (p. 30). Por ejemplo, la interpretación y el uso de gráficos, tablas o diagramas son parte de las habilidades que corresponden a esta capacidad.   |
| 4.<br>Razona y argumenta generando ideas matemáticas: | Es “la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando argumentos” (p. 33)   |

Fuente: Minedu (2016b). Elaboración propia.

## Anexo 7 – Capacidades matemáticas planteadas en CNEB 2016 por Minedu (2016a).

| Capacidad  | Definición  |
|--|---|
| A) Competencia resuelve problemas de cantidad                                    |   |
| A-1.<br>Traduce cantidades a expresiones numéricas:                              | Es transformar las relaciones entre los datos y condiciones de un problema a una expresión numérica (modelo) que reproduzca las relaciones entre estos; esta expresión se comporta como un sistema compuesto por números, operaciones y sus propiedades. Es plantear problemas a partir de una situación o una expresión numérica dada. También implica evaluar si el resultado obtenido o la expresión numérica formulada (modelo), cumple las condiciones iniciales del problema. |
| A-2.<br>Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo:                | Es seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de estrategias, procedimientos como el cálculo mental y escrito, la estimación, la aproximación y medicación, comparar cantidades; y emplear diversos recursos.  |
| A-3.<br>Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones:             | Es expresar la comprensión de los conceptos numéricos, las operaciones y propiedades, las unidades de medida, las relaciones que establece entre ellos; usando lenguaje numérico y diversas representaciones; así como leer sus representaciones e información con contenido numérico.  |
| A-4.<br>Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones: | Es elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre números naturales, enteros, racionales, reales, sus operaciones y propiedades; basado en comparaciones y experiencias en las que induce propiedades a partir de casos particulares; así como explicarlas con analogías, justificarlas, validarlas o refutarlas con ejemplos y contra ejemplos.   |

| Capacidad | Definición |
|-----------|------------|
|-----------|------------|

B) Competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

|   |  |
|---|--|
| <p>B-1.<br/>Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas:</p>                 | <p>Significa transformar los datos, valores desconocidos, variables y relaciones de un problema a una expresión gráfica o algebraica (modelo) que generalice la interacción entre estos. Implica también evaluar el resultado o la expresión formulada con respecto a las condiciones de la situación; y formular preguntas o problemas a partir de una situación o una expresión.</p> |
| <p>B-2.<br/>Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales:</p> | <p>Es seleccionar, adaptar, combinar o crear, procedimientos, estrategias y algunas propiedades para simplificar o transformar ecuaciones, inecuaciones y expresiones simbólicas que le permitan resolver ecuaciones, determinar dominios y rangos, representar rectas, parábolas, y diversas funciones.</p>   |
| <p>B-3.<br/>Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas:</p>                         | <p>Significa expresar su comprensión de la noción, concepto o propiedad de los patrones, funciones, ecuaciones e inecuaciones estableciendo relaciones entre estas; usando lenguaje algebraico y diversas representaciones. Así como interpretar información que represente contenido algebraico.</p>  |
| <p>B-4.<br/>Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia:</p>                 | <p>Significa elaborar afirmaciones sobre variables, reglas y propiedades algebraicas, razonando de manera inductiva para generalizar una regla y de manera deductiva probando y comprobando propiedades y nuevas relaciones.</p>   |

| Capacidad  | Definición  |
|--|---|
| C) Competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización      |   |
| C-1.<br>Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones:      | Es construir un modelo que reproduzca las características de los objetos, su localización y movimiento, mediante formas geométricas, sus elementos y propiedades; la ubicación y transformaciones en el plano. Es también evaluar si el modelo cumple con las condiciones dadas en el problema.   |
| C-2.<br>Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio:    | Es seleccionar, adaptar, combinar o crear, una variedad de estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas, trazar rutas, medir o estimar distancias y superficies, transformar las formas bidimensionales y tridimensionales.   |
| C-3.<br>Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas: | Es comunicar su comprensión de las propiedades de las formas geométricas, sus transformaciones y la ubicación en un sistema de referencia; es también establecer relaciones entre estas formas, usando lenguaje geométrico y representaciones gráficas o simbólicas.  |
| C-4.<br>Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas:               | Es elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre los elementos y las propiedades de las formas geométricas a partir de su exploración o visualización. Así mismo, justificarlas, validarlas o refutarlas, basado en su experiencia, ejemplos o contraejemplos, y conocimientos sobre propiedades geométricas; usando el razonamiento inductivo o deductivo. |

| Capacidad | Definición |
|-----------|------------|
|-----------|------------|

D) Competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

---

|   |  |
|---|--|
| <p>D-1.</p> <p>Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilidades:</p>   | <p>Es representar el comportamiento de un conjunto de datos, seleccionando tablas o gráficos estadísticos, medidas de tendencia central, de localización o dispersión. Reconocer variables de la población o la muestra al plantear un tema de estudio. Así también implica el análisis de situaciones aleatorias y representar la ocurrencia de sucesos mediante el valor de la probabilidad.</p> |
| <p>D-2.</p> <p>Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos:</p>        | <p>Es seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de procedimientos, estrategias y recursos para recopilar, procesar y analizar datos, así como el uso de técnicas de muestreo y el cálculo de las medidas estadísticas y probabilísticas.</p>   |
| <p>D-3.</p> <p>Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos:</p> | <p>Es comunicar su comprensión de conceptos estadísticos y probabilísticos en relación con la situación. Leer, describir e interpretar información estadística contenida en gráficos o tablas provenientes de diferentes fuentes.</p>  |
| <p>D-4.</p> <p>Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida:</p>     | <p>Es tomar decisiones, hacer predicciones o elaborar conclusiones y sustentarlas con base en la información obtenida del procesamiento y análisis de datos, así como de la revisión o valoración de los procesos.</p>   |

Fuente: Minedu (2016a). Elaboración propia.

## Anexo 8 – Estructura de los aprendizajes según Jerez, (2012).

| Componente                           | Definición   |
|--------------------------------------|--|
| Verbo<br>ó<br>Habilidad<br>cognitiva | Denota la acción a realizar por parte del estudiante al final del proceso formativo. Se escribe en presente simple y, en lo posible, aludir a procesos complejos de pensamiento (análisis, crítica, reflexión, etc.). En su selección se debe tener en cuenta tanto la naturaleza de la disciplina como el propósito formativo del curso. Es decir, no sólo el contenido sino también las competencias que pretende desarrollar la asignatura. |
| Contenido                            | Campo temático relacionado con la especialidad, o área del conocimiento que ha de ser movilizado dentro de la acción para ser demostrado. Se piensa en el conocimiento aplicado, es decir, el uso que el estudiante le dará a éste en diferentes contextos.  |
| Contexto                             | Define dónde se realizará la acción y en qué condiciones el estudiante dará cuenta de su desempeño. En este sentido, la metodología o las situaciones de evaluación que se definan será el factor clave para el desempeño.   |

Fuente: UMC-Minedu. Elaboración propia.



## Anexo 9 – Historia del estructuralismo, mecanicismo, empirismo y realismo.

En occidente, la didáctica para enseñar matemática tuvo su origen en el lanzamiento del primer satélite artificial soviético “Sputnik” (1957), que dio origen a la “Matemática Moderna” y a otras corrientes detalladas en el siguiente enlace y presentadas en el siguiente cuadro.

[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc)

### Corrientes para la Enseñanza de Matemáticas

| Didáctica de matemática                       | Definición   |
|---|--|
| 1)<br>Estructuralismo<br>(matemática moderna) | La matemática es una <b>ciencia deductiva</b> y ese carácter es el que se imprime en su enseñanza (didáctica). El estilo estructuralista se basa en la concepción de la matemática como logro cognitivo caracterizado por ser un sistema deductivo cerrado y fuertemente organizado. Propone que se debe enseñar la matemática como un sistema de conocimientos bien estructurado, siendo además la estructura del sistema la guía del proceso de aprendizaje (Matemática Moderna).  |
| 2)<br>Mecanicismo                             | La matemática es un conjunto de reglas y fórmulas. Propone que se debe enseñar la matemática como reglas que deben aplicar a problemas que son similares a los ejemplos previos. Se presta mucha atención a la memorización y automatización de algoritmos de uso restringido. Raramente se parte de problemas reales o cercanos al estudiante, menos se presta atención a la génesis de los conceptos y procedimientos. Es característico de los colegios pre-universitarios.   |
| 3)<br>Empirismo                               | La matemática enseñada es utilitaria. Propone que a los estudiantes se les debe enseñar una matemática práctica, concreta, tomando como punto de partida la realidad cercana del estudiante. Los alumnos adquieren experiencias y contenidos útiles, pero carecen de profundización y sistematización en el aprendizaje.   |
| 4)<br>Realismo                                | Esta matemática busca recrear los fenómenos que dieron origen a los conceptos y conocimientos matemáticos usando el <b>método inductivo</b> ; Inicia por la observación de determinados fenómenos de estudio (situaciones didácticas), los cuales registra, analiza y contrasta. A continuación, clasifica la información obtenida, establece patrones, hace generalizaciones, para inferir, de todo lo anterior una explicación o teoría. Parte de la realidad, se realiza una matematización horizontal y posteriormente una matematización vertical, profundizando y sistematizando los aprendizajes obtenidos, poniendo la atención en el desarrollo de modelos, esquemas, símbolos, etc. El principio didáctico es la reinención guiada, reconstrucción de los conceptos matemáticos por parte del alumno con la guía del docente. Es una enseñanza orientada básicamente a los procesos. Esta didáctica surgió en los Países Bajos partiendo de las ideas del matemático Hans Freudenthal y ha sido desarrollado por los actuales miembros del Freudenthal Institute de la Universidad de Utrecht. |

Fuente: Freudenthal (1983). Elaboración: Propia

## Anexo 10 – Principios de la Educación Matemática Realista (EMR).

| Principio         | Descripción  |
|-------------------|--|
| 1)<br>De realidad | <p>Se refiere a la idea de que las matemáticas deben enseñarse de manera que estén conectadas con la realidad y sean relevantes y significativas para los estudiantes en su vida cotidiana. Este principio subraya la importancia de presentar conceptos matemáticos de una manera que refleje su aplicabilidad y utilidad en situaciones del mundo real, así como su interrelación con otras áreas del conocimiento y la vida diaria de los estudiantes. Algunos aspectos clave del principio de realidad en la educación matemática realista incluyen:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Contextualización: Los conceptos matemáticos se enseñan en contextos que son relevantes y significativos para los estudiantes, lo que les permite ver cómo se aplican en situaciones reales y cómo pueden ser útiles en su vida cotidiana.</li><li>• Uso de problemas del mundo real: Se utilizan problemas y situaciones del mundo real como punto de partida para explorar conceptos matemáticos, lo que permite a los estudiantes relacionar las matemáticas con su entorno y comprender su utilidad práctica.</li><li>• Modelización matemática: Se hace hincapié en el uso de modelos matemáticos para representar y comprender fenómenos del mundo real, lo que permite a los estudiantes explorar y analizar situaciones complejas utilizando herramientas y métodos matemáticos.</li><li>• Interdisciplinariedad: Se fomenta la conexión entre las matemáticas y otras áreas del conocimiento, así como su integración en diversas disciplinas y campos de estudio, lo que ayuda a mostrar a los estudiantes cómo las matemáticas están presentes en muchos aspectos de la vida y del aprendizaje.</li></ul> <p>En resumen, el principio de realidad en la educación matemática realista de Freudenthal enfatiza la importancia de enseñar las matemáticas de una manera que refleje su aplicabilidad y utilidad en situaciones del mundo real, ayudando así a los estudiantes a desarrollar una comprensión más profunda y significativa de los conceptos matemáticos y su relevancia en su vida diaria.</p> |

| Principio                                  | Descripción  |
|--|--|
| <p>2)<br/>De<br/>reinención<br/>guiada</p> | <p>Se refiere a la idea de que los estudiantes deben tener la oportunidad de redescubrir y reinventar conceptos matemáticos por sí mismos, con la guía y orientación del profesor. Este principio se basa en la creencia de que los estudiantes pueden desarrollar un entendimiento más profundo y duradero de los conceptos matemáticos si tienen la oportunidad de descubrirlos por sí mismos, en lugar de simplemente recibirlos de forma pasiva a través de la instrucción directa. La reinención guiada implica una combinación de autonomía del estudiante y orientación del profesor para facilitar el proceso de aprendizaje. Algunos aspectos clave del principio de reinención guiada en la educación matemática realista incluyen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Exploración activa: Los estudiantes participan en actividades y tareas que les permiten explorar y experimentar con conceptos matemáticos de manera activa y práctica.</li> <li>• Descubrimiento guiado: El profesor proporciona orientación y apoyo a los estudiantes mientras exploran los conceptos matemáticos, planteando preguntas estimulantes, proporcionando pistas o sugerencias cuando sea necesario y facilitando el proceso de descubrimiento.</li> <li>• Construcción de significado: Los estudiantes construyen su propio entendimiento de los conceptos matemáticos a medida que los descubren y reinventan por sí mismos, lo que les ayuda a desarrollar una comprensión más profunda y duradera.</li> <li>• Reflexión y discusión: Se fomenta la reflexión y la discusión entre los estudiantes sobre sus procesos de descubrimiento, permitiéndoles compartir ideas, plantear preguntas y construir conocimiento de manera colaborativa.</li> </ul> <p>En resumen, el principio de reinención guiada en la educación matemática realista implica proporcionar a los estudiantes la oportunidad de descubrir y reinventar conceptos matemáticos por sí mismos, con la orientación y el apoyo del profesor. Este enfoque fomenta un aprendizaje más activo, significativo y profundo de las matemáticas.</p> |

| Principio                  | Descripción   |
|----------------------------|---|
| <p>3)<br/>De actividad</p> | <p>Se refiere a la idea de que el aprendizaje matemático se facilita cuando los estudiantes están activamente involucrados en la exploración, la experimentación y la resolución de problemas matemáticos. Este principio se basa en la creencia de que los estudiantes aprenden mejor cuando son activos participantes en su propio proceso de aprendizaje, en lugar de ser receptores pasivos de información. La actividad implica que los estudiantes estén comprometidos cognitivamente, emocional y físicamente en la construcción de su propio conocimiento matemático. Algunos aspectos clave del principio de actividad en la educación matemática realista incluyen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución de problemas: Los estudiantes participan en la resolución de problemas matemáticos auténticos y significativos que les desafían a aplicar conceptos matemáticos en situaciones reales.</li> <li>• Exploración y experimentación: Los estudiantes tienen la oportunidad de explorar y experimentar con conceptos matemáticos a través de actividades prácticas, manipulativas y sensoriales que les permiten construir una comprensión profunda de los conceptos.</li> <li>• Investigación guiada: Los estudiantes participan en actividades de investigación guiadas que les permiten descubrir y comprender conceptos matemáticos por sí mismos, con la orientación y el apoyo del profesor.</li> <li>• Aplicación práctica: Los estudiantes aplican conceptos matemáticos en contextos del mundo real y en situaciones cotidianas, lo que les permite ver la relevancia y utilidad de las matemáticas en su vida diaria.</li> <li>• Colaboración y discusión: Los estudiantes trabajan en colaboración con sus compañeros y participan en discusiones grupales sobre ideas matemáticas, lo que les ayuda a construir conocimiento de manera colaborativa y a desarrollar habilidades sociales y comunicativas.</li> </ul> <p>En resumen, el principio de actividad en la educación matemática realista implica proporcionar a los estudiantes oportunidades activas de participar en la exploración, la experimentación y la resolución de problemas matemáticos, lo que facilita un aprendizaje más profundo, significativo y duradero de las matemáticas.</p> |

| Principio                                   | Descripción   |
|---|---|
| <p>4)<br/>De<br/>Interacción<br/>guiada</p> | <p>Se refiere a la idea de que el profesor desempeña un papel activo y orientador en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Este principio destaca la importancia de la interacción entre el profesor y los estudiantes, así como entre los propios estudiantes, para promover un aprendizaje significativo y profundo de los conceptos matemáticos. En la educación matemática realista, la interacción guiada implica varias acciones por parte del profesor:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Planteamiento de preguntas estimulantes: El profesor formula preguntas abiertas y desafiantes que fomentan la reflexión, la discusión y el pensamiento crítico de los estudiantes que les permitan redescubrir los conceptos matemáticos a trabajar en la clase.</li> <li>• Facilitación del diálogo y la colaboración: El profesor promueve el intercambio de ideas y el trabajo colaborativo entre los estudiantes, creando un ambiente de aprendizaje en el que se fomenta la participación activa y la construcción colectiva del conocimiento.</li> <li>• Orientación y apoyo individualizado: El profesor proporciona orientación y apoyo individualizado a los estudiantes según sus necesidades y niveles de comprensión, brindando explicaciones adicionales, ejemplos y recursos para facilitar su aprendizaje.</li> <li>• Feedback o retroalimentación: El profesor ofrece retroalimentación constante y constructiva a los estudiantes sobre su progreso y desempeño, identificando fortalezas, áreas de mejora y estrategias para avanzar en su aprendizaje.</li> <li>• Modelado de procesos cognitivos: El profesor modela procesos cognitivos y estrategias de resolución de problemas, mostrando a los estudiantes cómo abordar situaciones matemáticas complejas y desarrollar un pensamiento matemático efectivo.</li> </ul> <p>En resumen, el principio de interacción guiada en la educación matemática realista enfatiza el papel activo del profesor como facilitador del aprendizaje, proporcionando orientación, estímulo y apoyo a los estudiantes a medida que exploran y construyen su comprensión de los conceptos matemáticos. Esta interacción guiada promueve un aprendizaje más profundo y significativo al tiempo que fomenta el desarrollo de habilidades cognitivas y metacognitivas en los estudiantes.</p> |

| Principio                          | Descripción   |
|------------------------------------|---|
| <p>5)<br/>De<br/>interconexión</p> | <p>Se refiere a la idea de que los conceptos matemáticos están interrelacionados y forman parte de un sistema coherente. Este principio destaca la importancia de ayudar a los estudiantes a comprender cómo los diferentes conceptos matemáticos están conectados entre sí y cómo se pueden aplicar en una variedad de situaciones y contextos. En la educación matemática realista, el principio de interconexión implica varias acciones por parte del profesor y los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Exploración de relaciones matemáticas: Los estudiantes exploran y descubren las relaciones entre diferentes conceptos matemáticos, identificando conexiones y patrones que existen entre ellos.</li> <li>• Integración de conceptos: Se fomenta la integración de conceptos matemáticos en lugar de enseñarlos de manera aislada. Los estudiantes aprenden cómo los conceptos se relacionan entre sí y cómo pueden aplicarse en conjunto para resolver problemas.</li> <li>• Transferencia de aprendizaje: Se promueve la transferencia de aprendizaje, donde los estudiantes aplican los conceptos matemáticos aprendidos en un contexto a nuevas situaciones y problemas, reconociendo cómo los principios matemáticos pueden ser útiles en diversos contextos.</li> <li>• Utilización de múltiples representaciones: Se utilizan diferentes representaciones (como gráficos, tablas, diagramas, modelos físicos, entre otros) para ayudar a los estudiantes a visualizar y comprender las interconexiones entre los conceptos matemáticos.</li> <li>• Promoción de la reflexión: Se anima a los estudiantes a reflexionar sobre las relaciones matemáticas que han descubierto y a discutir cómo estas relaciones pueden ayudarles a comprender mejor los conceptos matemáticos y resolver problemas de manera más eficaz.</li> </ul> <p>En resumen, el principio de interconexión en la educación matemática realista destaca la importancia de ayudar a los estudiantes a ver cómo los diferentes conceptos matemáticos están relacionados entre sí y cómo pueden aplicarse en una variedad de situaciones y contextos. Esto ayuda a promover un entendimiento más profundo y significativo de las matemáticas y facilita la transferencia de aprendizaje a nuevas situaciones.</p> |

| Principio                | Descripción   |
|--------------------------|---|
| <p>6)<br/>De niveles</p> | <p>Se refiere a la idea de que los conceptos matemáticos pueden ser comprendidos y enseñados a diferentes niveles de profundidad y complejidad, adaptados a las necesidades y capacidades de los estudiantes. Este principio reconoce que los estudiantes tienen diferentes niveles de comprensión y habilidades matemáticas, y que es importante proporcionar oportunidades para que todos los estudiantes avancen desde un nivel inicial de comprensión hasta niveles más avanzados a medida que desarrollan su comprensión matemática. En la educación matemática realista, el principio de niveles implica:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diferenciación de la instrucción: El profesor adapta la instrucción para satisfacer las necesidades individuales de los estudiantes, proporcionando actividades y materiales que sean apropiados para su nivel de comprensión y habilidades matemáticas.</li> <li>• Progresión gradual: Los conceptos matemáticos se presentan de manera gradual, comenzando con conceptos simples y avanzando hacia conceptos más complejos a medida que los estudiantes desarrollan su comprensión y habilidades.</li> <li>• Apoyo progresivo: Se brinda apoyo adicional a los estudiantes que lo necesitan a medida que avanzan en su comprensión matemática, ofreciendo explicaciones adicionales, ejemplos prácticos y oportunidades de práctica.</li> <li>• Desafíos adicionales: Se proporcionan oportunidades para que los estudiantes que demuestran un mayor nivel de comprensión matemática enfrenten desafíos adicionales y avancen hacia niveles más avanzados de aprendizaje.</li> <li>• Evaluación continua: Se monitorea continuamente el progreso de los estudiantes y se ajusta la instrucción en función de sus necesidades y logros, asegurando que todos los estudiantes tengan la oportunidad de alcanzar su máximo potencial matemático.</li> </ul> <p>En resumen, el principio de niveles en la educación matemática realista implica reconocer y atender las diferencias individuales de los estudiantes al proporcionar oportunidades para que avancen desde un nivel inicial de comprensión hasta niveles más avanzados a medida que desarrollan su comprensión matemática. Esto promueve un aprendizaje más equitativo y significativo para todos los estudiantes.</p> |

---

Fuente: Freudenthal (1983). Elaboración Propia

## Anexo 11 – Matematización horizontal y matematización vertical.

El matemático Alemán Hans Freudenthal propone que el aprendizaje matemático es un ciclo continuo entre la **matematización horizontal** y la **matematización vertical**. Este ciclo no solo ayuda a los estudiantes a ver la utilidad de las matemáticas, sino que también les proporciona una comprensión más profunda y estructurada de los conceptos matemáticos. Este enfoque permite que los estudiantes comiencen con situaciones reales, traduciéndolas en problemas matemáticos, y luego avancen hacia una mayor abstracción y formalización. Así, Freudenthal transformó la enseñanza de las matemáticas en un proceso dinámico y relevante, en el que los estudiantes pueden desarrollar una comprensión profunda y conectada de los conceptos matemáticos. Mayor detalle en el siguiente link lo cual es sintetizado en el siguiente cuadro.

[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3qi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3qi2ki-goKjb3UpcEZLc)

### *Dimensiones del Proceso de Matematización Progresiva*

| Matematización | Definición  | Procesos   |
|----------------|---|--|
| Horizontal     | Llevar del mundo real al mundo de los símbolos  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- IDENTIFICAR las matemáticas en contextos generales.</li> <li>- ESQUEMATIZAR</li> <li>- FORMULAR y VISUALIZAR un problema de varias maneras.</li> <li>- DESCUBRIR relaciones y regularidades</li> <li>- RECONOCER aspectos isomorfos en diferentes problemas.</li> <li>- TRANSFERIR un problema real a uno matemático.</li> <li>- TRANSFERIR un problema real a un <u>modelo matemático</u> conocido.</li> </ul> |
| Vertical       | Tratamiento específicamente matemático de las situaciones reales expresadas en símbolos matemáticos | <ul style="list-style-type: none"> <li>- REPRESENTAR una relación mediante una fórmula.</li> <li>- UTILIZAR diferentes modelos.</li> <li>- REFINAR y AJUSTAR modelos.</li> <li>- COMBINAR e INTEGRAR modelos.</li> <li>- PROBAR regularidades.</li> <li>- FORMULAR un concepto matemático nuevo.</li> <li>- GENERALIZAR.</li> </ul>  |

Fuente: Freudenthal (1991). Elaboración propia.



## Anexo 12 – Dimensiones para medir aprendizajes en matemáticas.

| Dimensiones evaluadas | Descripción de la UMC - Minedu   |
|-----------------------|--|
| 1.                    | <p>Son los procesos cognitivos que el estudiante pone en juego para realizar eficazmente tareas que pretenden simular situaciones de la vida cotidiana, tales como representar, razonar, deducir, analizar o resolver problemas, y se explicitan en los documentos curriculares. En el caso particular de las pruebas que miden el logro de los aprendizajes esperados, las capacidades evaluadas son aquellas que el estudiante requiere para enfrentar exitosamente las preguntas propuestas.</p>  |
| Capacidades           | <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Matematiza situaciones:</b> Es “expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático” (p. 29). Esta capacidad implica el reconocimiento de características, datos, variables y condiciones del problema para dar curso a la construcción de un sistema que reproduzca o imite la realidad; asimismo, implica el uso del modelo en otras situaciones y la evaluación de sus alcances y limitaciones.</li><li>• <b>Elabora y usa estrategias:</b> Se refiere a la capacidad de “planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos” (p. 32). Las habilidades que están involucradas en la capacidad son el diseño de un plan para solucionar el problema, la selección de procedimientos heurísticos, de cálculo mental, etc., y la valoración de las estrategias que fueron utilizadas.</li><li>• <b>Comunica y representa ideas matemáticas:</b> Se trata de “comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas de forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra” (p. 30). Por ejemplo, la interpretación y el uso de gráficos, tablas o diagramas son parte de las habilidades que corresponden a esta capacidad.</li><li>• <b>Razona y argumenta generando ideas matemáticas:</b> Es “la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando argumentos” (p.33).</li></ul> |

Son los conocimientos disciplinares o campos temáticos vinculados a las competencias curriculares. Dichos contenidos a evaluar han sido tomados de los documentos curriculares vigentes al diseñar las pruebas.

2.

Contenidos

- **Aritmética = Cantidad:** Su desarrollo está referido a “modelos de solución numérica, comprendiendo el sentido numérico y de magnitud, la construcción del significado de las operaciones, así como la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación al resolver un problema” (p. 19).
- **Álgebra = Regularidad, equivalencia y cambio:** Comprende “desarrollar progresivamente la interpretación y generalización de patrones, la comprensión y el uso de igualdades y desigualdades, y la comprensión y el uso de relaciones y funciones. Toda esta comprensión se logra usando el lenguaje algebraico como una herramienta de modelación de distintas situaciones de la vida real” (p. 22).
- **Geometría = Forma, movimiento y localización:** En este organizador, se considera el desarrollo del “sentido de la ubicación en el espacio, la interacción con los objetos, la comprensión de propiedades de las formas y cómo estas se interrelacionan, así como la aplicación de estos conocimientos al resolver diversos problemas” (p. 24).
- **Estadística = Gestión de datos e incertidumbre:** Este organizador considera conocimientos relativos al procesamiento, representación e interpretación de datos, que son transformados en información; asimismo, considera el análisis de las situaciones de incertidumbre orientado a la toma de decisiones mediante el uso del enfoque clásico de probabilidad y los procedimientos asociados a su cálculo.

**Dimensiones  
evaluadas**

**Descripción de la UMC - Minedu**

En el enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR) de Hans Freudenthal (1905–1990), los problemas matemáticos se presentan en diversas situaciones o escenarios en los que el estudiante demuestra su competencia en resolver problemas de contexto real o matemático. La descripción de en qué consiste cada contexto matemático es el siguiente.

3.

- Contextos
- **Contexto real = Extramatemático:** En este tipo de contexto, los estudiantes se enfrentan a problemas que reflejan situaciones que podrían encontrar en su vida cotidiana, personal, familiar o comunitaria. Por ejemplo, un problema de contexto real podría involucrar la planificación de un presupuesto familiar, la determinación de la cantidad de materiales necesarios para construir un objeto o la resolución de problemas de proporción en recetas de cocina. Estos problemas están diseñados para permitir a los estudiantes aplicar conceptos matemáticos en situaciones que tienen relevancia y significado para ellos, lo que facilita la comprensión y la transferencia del conocimiento.
  - **Contexto matemático = Intramatemático:** Se caracterizan por situaciones que se prestan especialmente para la exploración y el desarrollo de conceptos matemáticos de manera más abstracta y estructurada. Ofrece a los estudiantes escenarios donde los conceptos y principios matemáticos son los protagonistas, permitiendo la práctica y el desarrollo de habilidades específicas relacionadas con la resolución de problemas y la comprensión de conceptos abstractos. Por ejemplo, un problema de contexto matemático podría consistir en resolver ecuaciones lineales para determinar puntos de intersección de rectas en un plano cartesiano, o en explorar patrones numéricos para identificar reglas de sucesiones aritméticas o geométricas. Estos problemas se presentan en un entorno donde los conceptos matemáticos son el foco central, brindando a los estudiantes la oportunidad de profundizar su comprensión y aplicar procedimientos matemáticos específicos. Las tareas presentadas aquí requieren para su solución procesos de matematización vertical (Treffers, 1987).

---

Fuente: UMC. Elaboración propia.

## Anexo 13 – Aportes de experiencias innovadoras.

La Asociación Fe y Alegría del Perú en Fe y Alegría (2003) elaboró la Propuesta Pedagógica de nombre “Lineamientos teóricos y prácticos para la construcción de la propuesta pedagógica de centros y programas”, la cual fue usada como referencia para desarrollar el presente trabajo, detalladas en el siguiente enlace y resumida a continuación.

[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc)

Propuesta curricular **de matemática**. Se implementa a través de la Gestión Institucional y de la Gestión Pedagógica. La primera tiene la tarea de plasmar la intencionalidad de la propuesta en una cultura organizacional y administrativa acorde con los propósitos; la segunda debe hacerlo a través del Proyecto Curricular de la IE. **Para efectos del presente trabajo sólo consideraremos los correspondientes al área de matemáticas.**

### 1.1 Proyecto Curricular de Centro (PCC)

Es el instrumento con el que se hace realidad la Propuesta Educativa de la IE. Toma en cuenta y da respuesta a las siguientes interrogantes;

- ¿Qué necesitan saber los estudiantes?
- ¿Cómo se planificará y programarán las acciones educativas?
- ¿Qué enfoque didáctico se debe emplear?
- ¿Qué, cómo y cuándo evaluar

### 1.2 Propuesta Curricular Diversificada

#### 1.2.1 Fundamentación de la propuesta

Los últimos estudios sobre calidad educativa, y los resultados ECE, demuestran que todos los esfuerzos hechos en educación en los últimos años, con la implementación de Reformas Educativas, no están dando los resultados esperados. Esto se explica en gran medida, por la falta de claridad en las propuestas curriculares, que no ofrecen luces acerca de cómo llevar a la concreción los objetivos educacionales, ni orientan la formulación de indicadores adecuados para la medición de la calidad de los aprendizajes.

#### 1.2.2 Bases para la organización del currículo

##### 1.2.2.1 Áreas de formación

Son diversas dimensiones que son parte de la persona, y cuyo desarrollo debe atender el proceso educativo, como;

**Área del Pensamiento Lógico y Matemático**, cuyo desarrollo permite conocer, comprender e interpretar la realidad a través del lenguaje simbólico, así como producir y procesar información a niveles abstractos, haciendo deducciones e inferencias lógicas, estableciendo criterios de orden, jerarquía y causalidad, usando y produciendo estrategias diversas para la resolución de situaciones problemáticas, haciendo uso de la facultad de pensar, empleado lenguaje matemático.

### 1.2.2.2 HABILIDADES Y SUB-HABILIDADES

La Propuesta Curricular Diversificada de Fe y Alegría propone una innovación, no contemplada en el currículo oficial, que consiste en precisar para cada área de desarrollo habilidades y sub-habilidades a desarrollar.

#### HABILIDADES

Son los contenidos procedimentales que siempre están presentes en el proceso de aprendizaje pero que los docentes no los consideran como actividades necesarias a trabajar. Se refiere a desempeños cognitivos o intelectuales cuyo desarrollo se va alcanzando con la maduración y la práctica.

| Área:        | Pensamiento Lógico Matemático  |
|--------------|--|
| Habilidades: | <ul style="list-style-type: none"><li>- Cálculo operativo y/o manejo de algoritmos</li><li>- Resolución de problemas</li><li>- Conocimiento, comprensión y expresión del lenguaje simbólico matemático</li></ul> |

#### SUB-HABILIDADES

Siendo las habilidades, contenidos procedimentales a desarrollar, es necesario llegar a discernir qué capacidades más específicas implican su desarrollo. De allí se desprende la necesidad de desagregar las habilidades en desempeños más específicos llamados sub-habilidades.

| Área del Pensamiento Lógico Matemático |  |
|--|--|
| Habilidad:                             | Resolución de problemas  |
| Sub-habilidad:                         | <ul style="list-style-type: none"><li>- Lee y comprende el problema</li><li>- Extrae datos</li><li>- Plantea estrategia de resolución</li><li>- Opera</li><li>- Llega a respuesta correcta</li><li>- Usa estrategias dadas</li><li>- Usa estrategias propias</li></ul> |

## Anexo 14 – Proyecto Curricular Institucional vigente de la IE Perú-Birf.

La IE Mariscal Andrés Bvelino Cáceres Dorregaray elaboró una Propuesta Curricular Institucional, la cual modificaremos en tres partes. 1) los programas curriculares diversificados (metas de aprendizaje de matemáticas), 2) el anexo 1 que contiene el formato pedagógico denominado sesión de aprendizaje, y 3) el anexo 2 que contiene los procesos pedagógicos (didáctica del área de matemáticas). En el siguiente enlace se brinda el PCI.

[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3qi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3qi2ki-goKjb3UpcEZLc)

## Anexo 15 – Diversificación de estándar de aprendizaje a meta de aprendizaje.

A modo de ejemplo de cómo desagregar los estándares de aprendizaje en “resultado de aprendizaje (RA)”, “logro de aprendizaje”, “meta de aprendizaje”, “propósito de aprendizaje” o Indicador de logro (de aprendizaje), se procederá a presentar el **Estándar de aprendizaje de la competencia “resuelve problemas de cantidad”**, el cual corresponde al ciclo VI (1ro de secundaria), con la finalidad de expresarlo en términos de conocimientos, habilidades y actitudes, de la misma forma que se expresa un indicador de logro (de aprendizaje). Este estándar de aprendizaje que corresponde a un párrafo lo hemos separado en oraciones. En ese caso el párrafo se subdivide en cinco oraciones, las cuales se encuentran separadas por el signo de puntuación “punto”.

Desagregación de un estándar de aprendizaje

| Nivel                                | Descripción de los niveles del desarrollo de la competencia   |
|--------------------------------------|---|
| Nivel Esperado al final del ciclo VI | 1) <b>Resuelve problemas</b> referidos a las relaciones entre cantidades o magnitudes, traduciéndolas a expresiones numéricas y operativas con números naturales, enteros y racionales, aumentos y descuentos porcentuales sucesivos, verificando si estas expresiones cumplen con las condiciones iniciales del problema. 2) <b>Expresa su comprensión</b> de la relación entre los órdenes del sistema de numeración decimal con las potencias de base diez, y entre las operaciones con números enteros y racionales; y las usa para interpretar enunciados o textos diversos de contenido matemático. 3) <b>Representa</b> relaciones de equivalencia entre expresiones decimales, fraccionarias y porcentuales, entre unidades de masa, tiempo y monetarias; empleando lenguaje matemático. 4) <b>Selecciona, emplea y combina</b> recursos, estrategias, procedimientos, y propiedades de las operaciones y de los números para estimar o calcular con enteros y racionales; y realizar conversiones entre unidades de masa, tiempo y temperatura; verificando su eficacia. 5) <b>Plantea afirmaciones</b> sobre los números enteros y racionales, sus propiedades y relaciones, y las justifica mediante ejemplos y sus conocimientos de las operaciones, e identifica errores o vacíos en las argumentaciones propias o de otros y las corrige. |

Elaboración propia.

En el siguiente enlace se presenta un ejemplo de cómo se debe disociar u operacionalizar cada una de estas cinco oraciones en sus contenidos conceptuales (conocimientos o campos temáticos), contenidos procedimentales (habilidades) y contenidos actitudinales (actitudes), para posteriormente desagregarla en los correspondientes indicadores de logro (de aprendizaje), “metas de aprendizaje” o “propósitos de aprendizaje”.

[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc)

## Anexo 16 – Diversificación de desempeño de grado a meta de aprendizaje.

A continuación, se procederá a presentar el **primer desempeño** de los nueve desempeños de quinto grado de secundaria del **Estándar de aprendizaje de la competencia “resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio”**, el cual corresponde al ciclo VII (5to de secundaria), con la finalidad de expresarlo en términos de conocimientos, habilidades y actitudes, de la misma forma que se expresa un indicador de logro (de aprendizaje). Se subdivide el párrafo en dos oraciones (sin considerar el ejemplo), las cuales se encuentran separadas por el signo de puntuación “punto”.

Desagregación de un desempeño de aprendizaje propuesto por el investigador

| Nivel  | Descripción de los niveles del desarrollo del desempeño   |
|--|---|
| Nivel Esperado al final del ciclo VII                                | Cuando el estudiante resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, y logra el nivel esperado del ciclo VII, realiza desempeños como el siguiente;   |
| Competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio | 1) <b>Establece relaciones entre</b> datos, valores desconocidos, regularidades, y condiciones de equivalencia o de variación entre magnitudes. 2) <b>Transforma</b> esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen sucesiones crecientes o decrecientes, a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a inecuaciones, a funciones cuadráticas con coeficientes racionales y a funciones exponenciales. |
| Desempeño quinto grado de secundaria                                 | <i><u>Ejemplo: El estudiante resuelve la siguiente situación: “Si al doble de la cantidad de monedas de 5 soles que tengo le sino 1,000 soles, juntaré más de 3,700 soles. ¿Cuántas monedas de 5 soles tengo cómo mínimo?”. Para ello, plantea inecuaciones lineales y halla la cantidad mínima de monedas</u></i>  |

Elaboración propia.

En el siguiente enlace se presenta un ejemplo de cómo se debe disociar u operacionalizar cada una de las dos oraciones en sus contenidos conceptuales (conocimientos o campos temáticos), contenidos procedimentales (habilidades) y contenidos actitudinales (actitudes), para posteriormente desagregarlos en los correspondientes indicadores de logro (de aprendizaje), “metas de aprendizaje” o “propósitos de aprendizaje”.

[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc)

## Anexo 17 – Planificación de una sesión de aprendizaje de matemáticas.

El paso previo para iniciar a diseñar una sesión de aprendizaje en matemática es definir o establecer cuál será el “propósito de aprendizaje”, “meta de aprendizaje”, “resultado de aprendizaje (RA)”, “logro de aprendizaje”, o Indicador de logro (de aprendizaje) de dicha sesión de aprendizaje. Para ello nuestra propuesta es cruzar los resultados de la evaluación diagnóstico con los aprendizajes operacionalizados de los “estándares de aprendizaje” y los “desempeños por grado”. Sin embargo, el Minedu viene entregando “propósitos de aprendizaje” en las fichas que han elaborado para reemplazar a los libros de matemática que se han discontinuado luego de la aprobación del currículo vigente.

En el siguiente enlace se desarrolla dicha sesión de aprendizaje, resumida a continuación.

[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3gi2ki-goKjb3UpcEZLc)



**¿Cómo operamos con fracciones al realizar repartos de la unidad o de un total?**

**Construimos nuestros aprendizajes**

**Propósito**  
Representamos gráfica y simbólicamente las propiedades de las operaciones de adición y sustracción con fracciones, y establecemos relaciones entre sus representaciones. Asimismo, empleamos estrategias y procedimientos para realizar las operaciones de adición y sustracción con expresiones fraccionarias.





Como resultado de este proceso de análisis, se encuentra dos **metas de aprendizaje** a trabajar en una sesión de aprendizaje, las cuales se presentan en la siguiente tabla.

| Habilidad cognitiva<br>verbo   | Contenido - Conocimiento<br>Campo temático  | Condición<br>Contexto |
|--|---|-----------------------|
| Establecemos relaciones entre las representaciones gráficas y simbólicas | de las propiedades de las operaciones de adición y sustracción con fracciones                     |                       |
| Empleamos estrategias y procedimientos                                   | para realizar las operaciones de adición y sustracción con fracciones (expresiones fraccionarias) |                       |

El siguiente paso para diseñar una sesión de aprendizaje de matemática es encontrar una **situación problemática de contexto real** que sirva para iniciar el proceso de redescubrir los conceptos teóricos que trabajaremos en dicha sesión de aprendizaje, que a su vez podrá ser parte de una experiencia de aprendizaje. Para este ejemplo tomaremos en cuenta una situación real presentada en la ficha 1 de primero de secundaria.

**Disfrutamos de nuestra gastronomía**

Cuando Juana, Julio y José visitaron Arequipa, decidieron probar una *pizza* de rocoto relleno. Ellos recibieron su pedido dividido en tajadas, tal como se muestra en la figura.

**La delicia de comer en el Perú**

La gastronomía peruana se destaca por ser variada, original, con platos típicos como fusión. Es así como en distintas regiones de nuestro país la creatividad de las personas ha permitido combinar un plato de origen extranjero con nuestros potajes más representativos.

**En Lima y otras regiones...**  
Pizza con lomo saltado

**En el norte chico...**  
Pizza con salchicha huachana

**En Arequipa...**  
Pizza con rocoto relleno

**En Iquitos...**  
Pizza con cecina

Fuente: Shutterstock

Finalmente diseñamos la sesión de aprendizaje de matemática, que presentamos a continuación a modo de ejemplo.

## PROPUESTA - SESIÓN DE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA

### I. Datos Generales

Área : Matemáticas  
 Nombre de la sesión : ¿Cómo operamos con fracciones al realizar repartos de la unidad o de un total?  
 Fecha : Matemáticas  
 Grado y sección : 5to grado A


### II. Selección de Metas de aprendizaje, Competencia, capacidad e indicadores

#### Metas de aprendizaje

| Habilidad cognitiva<br>verbo   | Contenido - Conocimiento<br>Campo temático  | Condición<br>Contexto |
|--|---|-----------------------|
| Establecemos relaciones entre las representaciones gráficas y simbólicas | de las propiedades de las operaciones de adición y sustracción con fracciones                     |                       |
| Empleamos estrategias y procedimientos                                   | para realizar las operaciones de adición y sustracción con fracciones (expresiones fraccionarias) |                       |

| Competencia  | Capacidad   | Sistema de Evaluación  |
|--|---|--|
|  |   | Indicador o<br>Metas de aprendizaje  |
| Capacidad del individuo para resolver problemas en distintos contextos (real o matemático) | 1) Matematiza.<br>2) Usa estrategias y procedimientos.<br>3) Comunica su comprensión.<br>4) Argumenta afirmaciones. | 1) Establece relaciones entre las representaciones gráficas de expresiones fraccionarias.<br><br>2) Emplea estrategias y procedimientos para operar adición y sustracción de fracciones. |

### III. Secuencia didáctica

| Momentos | Estrategias y actividades  |
|----------|--|
| Inicio   | <p>El docente presenta la experiencia de aprendizaje, brinda el contexto y hace las siguientes preguntas.</p> <div data-bbox="430 420 901 766" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>Disfrutamos de nuestra gastronomía</b></p> <p>Cuando Juana, Julio y José visitaron Arequipa, decidieron probar una pizza de rocoto relleno. Ellos recibieron su pedido dividido en tajadas, tal como se muestra en la figura.</p>  <p><b>¡El deleite de comer es el Perú!</b></p> <p>La gastronomía peruana se destaca por ser variada, original, con platos típicos como fusión. Es así como en distintas regiones de nuestro país la creatividad de las personas ha permitido combinar un plato de origen extranjero con nuestros potajes más representativos.</p> <p>En Arequipa...<br/>Pizza con rocoto relleno</p> <p>En Lima y otros regiones...<br/>Papa con queso</p> <p>En el norte (Chico)...<br/>Pizza con salsa huancaina</p> </div> <p>José comió tres pedazos y Juana la cuarta parte de la Pizza. Luego de haber comido los tres, quedó <math>\frac{1}{8}</math> de la Pizza.</p> <p>Juana, Julio y José empiezan a conversar sobre cuanto comió cada uno. Ayúdalos a responder las siguientes preguntas.</p> |

- 1) ¿quién comió más pizza, José o Juana?
- 2) ¿qué parte o fracción de la pizza comieron José y Juana, por separado y en total?
- 3) ¿qué parte de la pizza comió Julio?, ¿a cuantos pedazos equivale?

Según Freudenthal, creador de la EMR como didáctica para enseñar matemática, sugiere que la clave en la educación matemática realista, pues posibilita que los estudiantes puedan tener la oportunidad de explorar y descubrir los principios matemáticos a través de la resolución de un problema concreto del mundo real, es el momento inicial. Donde además se pone en práctica;

- 1) El **principio de realidad** busca que el aprendizaje parta de matematizar situaciones del mundo real;
- 2) El **principio de reinención guiada** busca que sean el estudiante quien redescubra los conceptos, métodos y herramientas asociados al fenómeno en estudio (situación del mundo real), que posteriormente serán organizados y formalizados por el docente durante el segundo momento de Desarrollo;
- 3) El **principio de actividad** busca que sea el estudiante el que explore y experimente mediante la resolución del problema matemáticos;

|            |   |
|------------|---|
| Desarrollo | <p>Una vez que los estudiantes han tenido la oportunidad de explorar y <u>re-descubrir</u> los principios matemáticos a través de la resolución de un problema concreto del mundo real, en el momento inicial. Se aplican los principios que corresponden al docente.</p> <p>4) El <b>principio de interacción guiada</b> enfatiza el rol del docente como facilitador del aprendizaje, proporcionando orientación y estímulo a los estudiantes a medida que exploran y construyen su comprensión de los conceptos, métodos y herramientas matemáticos, pero luego los ayuda a formalizar y estructurar dicho conocimiento;</p> <p>5) El <b>principio de interconexión</b> destaca el rol docente de ayudar al estudiante a integrar los nuevos conocimientos a los conocimientos previos y</p> <p>6) El <b>principio de niveles</b> que hace énfasis en el rol docente de atender las diferencias individuales al proporcionar oportunidades para que avancen desde un nivel inicial concreto hasta niveles abstractos a medida que desarrollan su comprensión matemática.</p> |
|------------|---|

Seguidamente, se le presenta al estudiante diversas situaciones para que aplique los conocimientos, conceptos, métodos y procedimientos sistematizados de adición y sustracción de expresiones fraccionarias como;

- A) Elecciones municipales donde se trabaja con fracciones de un presupuesto.
- B) Recorrido en bicicleta donde se trabaja con fracciones de una distancia entre dos ciclistas.
- C) Mezcla fraccionaria de pinturas.

Los problemas donde se presentan estas situaciones son los siguientes;


A)

**Situación A: Las elecciones municipales escolares**

Para las elecciones municipales escolares, los estudiantes gestionaron recursos por medio de algunas actividades.

Un candidato de primer grado de secundaria distribuyó su presupuesto así:

| Actividad                   | Fración del presupuesto       |
|-----------------------------|-------------------------------|
| Refrigerio                  | $\frac{1}{2}$ del presupuesto |
| Publicidad                  | $\frac{1}{5}$ del presupuesto |
| Implementación de proyectos | $\frac{1}{4}$ del presupuesto |



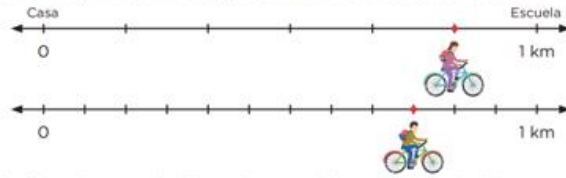
Fuente: Autor/Ministerio de Educación

Si el resto del presupuesto se destinó para impresión de documentos, ¿qué parte del presupuesto se empleó para este concepto?

B)

**Situación B: Vamos en bicicleta**

Laura y Mario usan la bicicleta para ir a estudiar porque es una opción ecológica que beneficia el cuidado del ambiente, de la salud e incluso de su economía. En las siguientes rectas numéricas se observa la representación de las distancias que han recorrido ambos amigos (en un tiempo determinado) para trasladarse de su casa a la escuela.



¿Cuál es la diferencia entre las distancias recorridas por Laura y Mario?

C)

**Situación C: Pinturas de colores**

Mientras Patricia combinaba  $\frac{3}{4}$  L de pintura blanca con  $\frac{3}{5}$  L de color verde oscuro para obtener el color deseado, tropezó y perdió  $\frac{1}{10}$  L de la combinación. Finalmente, ¿cuántos litros (L) quedaron?



|        |  |
|--------|--|
| Cierre | <p>En el marco de la Educación Matemática Realista propuesta por el matemático <u>Freudenthal</u>, el tercer momento (de cierre) de una sesión de aprendizaje de matemáticas es crucial para consolidar los conocimientos adquiridos, reflexionar sobre el proceso de aprendizaje y establecer conexiones con situaciones de la vida real. Durante este momento, se pueden realizar diversas actividades didácticas para lograr estos objetivos. Algunas de ellas podrían incluir:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Discusión y reflexión:</b> Invitar a los estudiantes a compartir sus experiencias durante la actividad y a reflexionar sobre lo que han aprendido. Preguntarles qué conceptos matemáticos han comprendido mejor y cuáles aún les generan dudas.</li> <li>- <b>Conexión con la vida real:</b> Guiar a los estudiantes para que relacionen los conceptos matemáticos aprendidos con situaciones cotidianas o problemas reales. Pueden discutir cómo pueden aplicar lo aprendido en su vida diaria o en otros contextos académicos.</li> <li>- <b>Metacognición:</b> Fomentar la metacognición invitando a los estudiantes a pensar sobre cómo han aprendido y qué estrategias han utilizado para resolver los problemas planteados durante la sesión. Pueden compartir qué métodos les han resultado más efectivos y qué dificultades han enfrentado.</li> <li>- <b>Síntesis y recapitulación:</b> Resumir los principales conceptos matemáticos abordados durante la sesión y enfatizar su importancia. Esto ayuda a consolidar el aprendizaje y proporciona una visión general de lo que se ha logrado.</li> <li>- <b>Feedback y evaluación:</b> Proporcionar retroalimentación a los estudiantes sobre su desempeño durante la sesión y ofrecer oportunidades para que expresen sus opiniones y sugerencias. También se puede hacer una prueba de salida que sirva para saber si los estudiantes alcanzaron las metas de aprendizaje planteadas para la sesión de aprendizaje. Esto ayuda a identificar áreas de mejora y a mantener un ambiente de aprendizaje colaborativo.</li> </ul> |
|--------|--|

**Meta de aprendizaje 1:** Emplea estrategias y procedimientos para operar adición y sustracción de fracciones.

Para realizar las instalaciones eléctricas de una casa, se compró un rollo de cable, del cual se usó la mitad para la instalación del circuito eléctrico de la sala y el comedor. La mitad de lo que quedó se empleó para la instalación eléctrica del ambiente de la cocina y, luego, la mitad del resto se utilizó para el dormitorio. Finalmente, con las  $\frac{2}{5}$  partes de lo que quedó, se realizó la conexión del timbre. Si después de todo quedaron 15 m de cable, ¿qué longitud tenía el rollo al inicio?

- a) 300 m     b) 400 m     c) 200 m     d) 150 m

- 1) **Matematiza:** Estudiante debe matematizar situación de contexto real en su representación matemática, usando expresiones y símbolos matemáticos (fracción y entero). Debe comprender la pregunta y entender que es lo que le piden responder.
- 2) **Usa estrategias y procedimientos:** Estudiante debe usar diversas estrategias y procedimientos, combinado con los conceptos y métodos ~~re-~~ descubiertos y sistematizados durante la clase para responder a la pregunta comprendida en el paso anterior.
- 3) **Comunica su comprensión:** Estudiante debe expresar, ya sea de manera verbal o escrita, la respuesta a la pregunta planteada.
- 4) **Argumenta afirmaciones:** Estudiante debe argumentar, ya sea de manera verbal o escrita, la manera como llegó a la respuesta brindada. Si no llegó a la respuesta, debe argumentar en que parte del proceso de resolución se quedó, y el motivo por el cual no pudo avanzar más.

**Meta de aprendizaje 2:** Establece relaciones entre las representaciones gráficas de expresiones fraccionarias.

Un grupo de obreros ha pintado los  $\frac{3}{5}$  de un mural, y el otro grupo, la mitad de lo que falta. ¿Qué fracción del total del mural falta pintar?

- a)  $\frac{9}{10}$  del mural                       c)  $\frac{1}{10}$  del mural  
 b)  $\frac{1}{5}$  del mural                          d)  $\frac{3}{10}$  del mural

- 1) **Matematiza:** Estudiante debe matematizar situación de contexto real en su representación matemática, usando expresiones y símbolos matemáticos (fracción y entero). Debe comprender la pregunta y entender que es lo que le piden responder.
- 2) **Usa estrategias y procedimientos:** Estudiante debe usar diversas estrategias y procedimientos, combinado con los conceptos y métodos ~~re-~~ descubiertos y sistematizados durante la clase para responder a la pregunta comprendida en el paso anterior.
- 3) **Comunica su comprensión:** Estudiante debe expresar, ya sea de manera verbal o escrita, la respuesta a la pregunta planteada.
- 4) **Argumenta afirmaciones:** Estudiante debe argumentar, ya sea de manera verbal o escrita, la manera como llegó a la respuesta brindada. Si no llegó a la respuesta, debe argumentar en que parte del proceso de resolución se quedó, y el motivo por el cual no pudo avanzar más.

- **Planteamiento de desafíos:** Plantear desafíos adicionales o preguntas abiertas que estimulen el pensamiento crítico y la creatividad de los estudiantes, y que los motiven a seguir explorando el tema fuera del aula. Se pueden dejar como tareas individuales o grupales, la solución a determinados problemas similares a los desarrollados durante la sesión de aprendizaje.



## **TAREA**

### **Pregunta 1:**

En la clase de Educación para el Trabajo, las y los estudiantes están elaborando collares. Primero, hicieron un collar con 10 cuentas. Cuando lo terminaron, la profesora les indicó que la cantidad de cuentas que utilizaron representaba solo las  $\frac{2}{5}$  partes de las cuentas que utilizarán para elaborar otro tipo de collar. ¿Cuántas cuentas se utilizarán para elaborar el nuevo collar?



Fuente: Shutterstock

- a) 25       b) 20       c) 12       d) 4

### **Pregunta 2:**

Se tiene un listón de madera de  $\frac{3}{10}$  m. ¿Cuántos metros más de madera debo adquirir para completar  $\frac{17}{20}$  m?

- a)  $\frac{14}{20}$  m       b)  $\frac{51}{200}$  m       c)  $\frac{11}{20}$  m       d)  $\frac{14}{10}$  m

## Anexo 18 – Propuesta de Rediseño del PCI del Área de Matemáticas.

Para efectos del presente trabajo consideramos ochenta clases efectivas de noventa minutos pedagógicos de matemática por cada clase, en un año regular. Que corresponde a veinte sesiones de aprendizaje por cada bimestre. El docente debe elegir los contenidos matemáticos o campos temáticos que va a trabajar en cada sesión de aprendizaje.

Las cuatro capacidades matemáticas; 1) matematiza, 2) usa estrategias y procedimientos, 3) comunica su comprensión y 4) argumenta afirmaciones, se trabajarán en todas y cada una de las ochenta sesiones de aprendizaje efectivas que se desarrollarán a lo largo del año. En el siguiente enlace se desarrolla la propuesta de Propuesta de Rediseño del Proyecto Curricular Institucional del Área de Matemáticas de la IE Mariscal Andrés Bello Cáceres Dorregaray, y a continuación se presenta la propuesta del cartel de contenidos a diversificar para cada una de las ochenta sesiones de aprendizaje del área de matemáticas.

[https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj\\_VH3qi2ki-goKjb3UpcEZLc](https://drive.google.com/drive/folders/136Zi9odBj_VH3qi2ki-goKjb3UpcEZLc)

Campos temáticos de aritmética propuesto por el investigador

| Capacidades matemáticas<br>Habilidades y sub-habilidades cognitivas | Campos temáticos<br>Conocimiento de aritmética  |
|---|---|
| 1) matematiza,  | Números naturales y la semirrecta numérica, medición, comparar, redondear y estimar, representación gráfica de números. Suma, resta, multiplicación y división con N.   |
| 2) usa estrategias y procedimientos,                                | Divisor y múltiplo, MCD y mcm. Fracciones con numerador 1 o mayor a 1. Cuatro operaciones con fracciones homogéneas, heterogéneas y con números naturales. Fracciones, decimales y notación decimal, comparar decimales. Cuatro operaciones con números decimales con potencia de base 10, y transformaciones fracción-decimal. |
| 3) comunica su comprensión,   | Números negativos y la recta numérica. Valor absoluto. Cuatro operaciones con números racionales. Potencia como producto de factores iguales. Cálculo de porcentajes, valor porcentual, y valor base. Cálculo de interés anual, mensual y diario. Cálculo del interés compuesto.  |
| 4) argumenta afirmaciones,  | Elevar al cuadrado y sacar la raíz cuadrada, aproximación a la raíz cuadrada, cuatro operaciones con números reales, cálculo de áreas con longitudes reales. Cuatro operaciones con raíces cuadradas.   |
|   | Potencias de diez, con exponentes positivos, negativos y fraccionarios. Potencias con igual base, igual exponente, potencia de potencia. Raíces. Cálculos de triángulos, teorema del seno y del coseno.   |
| <b>Cartel de contenidos actitudinales</b>                           |   |

Elaboración propia.

Campos temáticos de álgebra propuesto por el investigador

| Capacidades matemáticas<br>Habilidades y sub-habilidades cognitivas  | Campos temáticos<br>Conocimiento de álgebra  |
|--|--|
| <p>1) matematiza,</p> <p>2) usa estrategias y procedimientos,</p> <p>3) comunica su comprensión,</p> <p>4) argumenta afirmaciones,</p> | <p><b>Planteo de expresiones algebraicas:</b> Expresiones con una o más variables, cálculo del valor numérico de expresiones algebraicas, simplificar expresiones.</p> <p><b>Ecuaciones e inecuaciones:</b> Transformaciones de equivalencia de ecuaciones, resolución de ecuaciones, aplicaciones. Expresiones con más de una variable, productos notables (formulas binomiales), factorizar (transformar sumas en productos). Equivalencia de ecuaciones, ecuaciones con soluciones racionales. Aplicación de ecuaciones e inecuaciones. Ecuaciones lineales con 2 variables, sistema de ecuaciones lineales con 2 variables. Cuatro operaciones con fracciones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones fraccionarias. Ecuaciones lineales con 2 variables, sistema de ecuaciones lineales con 2 variables.</p> <p><b>Funciones:</b> Relaciones crecientes y decrecientes. Relaciones directa e inversamente proporcionales, sus gráficos, regla de tres y cociente constante. Funciones directamente proporcionales, determinación de funciones lineales y ecuaciones. Función cuadrática. Función potencia. Procesos periódicos, funciones seno y coseno en grados, función tangente. Función exponencial, función logarítmica, ecuaciones exponenciales. Función lineal definida por intervalos, función valor absoluto, función polinómica, pare e impar.</p> |
| <b>Cartel de contenidos actitudinales</b>  |  |

Elaboración propia.

Campos temáticos de estadística propuesto por el investigador

| Capacidades matemáticas<br>Habilidades y sub-habilidades cognitivas  | Campos temáticos<br>Conocimiento de estadística  |
|--|--|
| <p>1) matematiza,</p> <p>2) usa estrategias y procedimientos,</p> <p>3) comunica su comprensión,</p> <p>4) argumenta afirmaciones,</p> | <p><b>Estadística descriptiva:</b> Población y muestra, medidas de tendencia central (promedio y mediana), medidas de dispersión. Recopilar datos y representarlos, valor promedio-valor esperado, desviación estándar, varianza, covarianza, regresión lineal, recta de regresión, correlación de variables.</p> <p><b>Probabilidades:</b> Probabilidad y frecuencia relativa, regla de suma, diagrama del árbol y regla de probabilidades. Probabilidad "Laplace", experimentos probabilísticos, muestreo ordenado y aleatorio, experimento de "Bernoulli", distribución binomial.</p> |
| <b>Cartel de contenidos actitudinales</b>  |  |

Elaboración propia.

Campos temáticos de geometría propuesto por el investigador

| <b>Capacidades matemáticas</b><br><b>Habilidades y sub-habilidades cognitivas</b>  | <b>Campos temáticos</b><br><b>Conocimiento de geometría</b>   |
|--|---|
| <p>1) matematiza,</p> <p>2) usa estrategias y procedimientos,</p> <p>3) comunica su comprensión,</p> <p>4) argumenta afirmaciones,</p> | <p><b>Medición de áreas y volúmenes:</b> Unidades de longitud, peso, tiempo y moneda. Medición de perímetros (m) y áreas (m<sup>2</sup>), volúmenes (m<sup>3</sup>) de paralelepípedos rectangulares y su conversión, tanto con números naturales como decimales. Áreas (m<sup>2</sup>) de paralelogramos, triángulos, trapecios, polígonos, figuras planas y superficie de cuerpos geométricos. Volúmenes de prismas. Teorema de Pitágoras, inversa del teorema de Pitágoras, teorema de la altura, teorema de los catetos. Círculos, sectores circulares, método de aproximación para “PI”, prismas y cilindros, conos, tronco de una pirámide y de un cono, esfera. Relación entre lados en triángulos rectángulos y cálculos en triángulos rectángulos. Seno, coseno y tangente y su relación.</p> <p><b>Figuras y cuerpos geométricos:</b> Desigualdad triangular, teorema de congruencia de triángulos, circunferencia inscrita, circunscrita y sus mediatrices-bisectrices, alturas y medianas de triángulos. Cuadriláteros simétricos respecto a un eje o un punto. Circunferencias y rectas, teorema de tales, ángulos inscritos y centrales, cuadriláteros inscritos. Relaciones entre longitudes, ángulos y áreas. Teorema de tales, factor de estiramiento, figuras semejantes, etc. Rectas en el plano de coordenadas, función lineal, determinación de ecuaciones de la recta, posición de 2 rectas y su ángulo de intersección. Longitud y punto medio de un segmento, circunferencias y parábolas en el plano de coordenadas, función cuadrática.</p> |
| <p align="center"><b>Cartel de contenidos actitudinales</b></p>  |   |

Elaboración propia.