



UNIVERSIDAD PERUANA
CAYETANO HEREDIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN

TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACION

**Uso de software educativo GEOGEBRA en el desarrollo
de la competencia que resuelve problemas de
Equivalencia, Regularidad y Cambio en estudiantes de
4to año de secundaria.**

**Autor : Aldo Martín Espinoza Linares
Asesor : Mg. Huber Santos Santisteban Matto**

**Lima – Perú
2019**

ÍNDICE

I. PRESENTACIÓN	1
II. DATOS GENERALES	2
2.1 Título del proyecto:	2
2.2 Nombre de la I.E:	2
2.3 Beneficiarios:	2
III. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	3
3.1 Situación problemática	3
3.2 Análisis crítico de la situación problemática	3
3.3 Enunciado diagnóstico y pregunta de acción	5
3.4 Objetivos del proyecto	5
IV. REFERENTES CONCEPTUALES	6
V. APORTE DE EXPERIENCIAS INNOVADORAS.....	8
VI. HIPÓTESIS DE ACCIÓN	9
VII. PROPUESTA PARA MEJORAR O INNOVAR LA PRÁCTICA EDUCATIVA EN RELACIÓN CON LA SITUACIÓN DESCRITA	9
6.1 Objetivo	9
6.2 Descripción de la propuesta, su relación con la situación que se desea mejorar y su relación frente a otras experiencias innovadoras	9
6.3 Fases del proyecto	10
6.4 Cronograma de acciones.....	13
6.5 Viabilidad de la propuesta.....	14
6.6. Criterios e indicadores de evaluación de los objetivos de la propuesta.....	14
VIII. RESULTADOS.....	15
IX. CONCLUSIONES.....	27
X. BIBLIOGRAFÍA	29
XI. ANEXOS	31

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Histograma de los resultados de la prueba de entrada.	15
Figura 2. Histograma de los resultados de la prueba de salida.	16
Figura 3. Gráfico de barras del indicador 1.	18
Figura 4. Gráfico de barras del indicador 2.	19
Figura 5. Gráfico de barras del indicador 3.....	20
Figura 6. Gráfico de barras del indicador 4.	21
Figura 7. Gráfico de barras del indicador 5.	22
Figura 8. Gráfico de barras del indicador 6.	23
Figura 9. Gráfico de barras del indicador 7.	24
Figura 10. Gráfico de barras del indicador 8.	25
Figura 11. Gráfico de barras del indicador 9.	26

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resultados de la prueba de entrada de matemática.	15
Tabla 2. Resultados de la prueba de salida de matemática.....	16
Tabla 3. Análisis descriptivo entre la prueba de entrada y de salida.	17
Tabla 4. Distribución de frecuencias del indicador 1.	17
Tabla 5. Distribución de frecuencias del indicador 2.	18
Tabla 6. Distribución de frecuencias del indicador 3.	19
Tabla 7. Distribución de frecuencias del indicador 4.	20
Tabla 8. Distribución de frecuencias del indicador 5.	21
Tabla 9. Distribución de frecuencias del indicador 6.	22
Tabla 10. Distribución de frecuencias del indicador 7.	23
Tabla 11. Distribución de frecuencias del indicador 8.	24
Tabla 12. Distribución de frecuencias del indicador 9.	25

RESUMEN

El presente proyecto se origina a partir de la necesidad de mejorar la competencia resuelve problemas de Equivalencia, Regularidad y Cambio en estudiantes de 4to año de secundaria. Se observó, mediante guías de observación y pruebas escritas que los estudiantes no traducían enunciados verbales a expresiones algebraicas, no representaban simbólicamente enunciados, no resolvían problemas utilizando las diversas representaciones.

La institución privada donde se llevará a cabo el proyecto de innovación es el I.E.P Colegio Mixto Himalaya. Esta institución educativa pertenece a la UGEL 06. La directora general es la Srta. Rocio Durante Repetto y la subdirectora, la Srta. Vilma Durante Repetto.

Con este proyecto, se busca que el estudiante puedan mejorar las cuatro capacidades en la competencia Resuelve problemas de Equivalencia, Regularidad y Cambio.

Asimismo, se pretende brindar el uso de un software educativo GeoGebra que permite que los estudiantes mejoren significativamente su aprendizaje haciéndolo más dinámico e interactivo, además es una herramienta muy útil para la enseñanza de los maestros.

El presente tiene como finalidad, desarrollar en los estudiantes las cuatro capacidades de dicha competencia, siendo las clases más dinámicas y motivadoras, pues dicho software educativo GeoGebra permite verificar sus resultados y conjeturas situaciones que en la enseñanza tradicional serían muy complicadas, haciéndolos más seguros en su aprendizaje.

Palabras claves: competencia, capacidad, GeoGebra, aprendizaje.

I. PRESENTACIÓN

Actualmente el papel que cumplen las tecnologías de la información y la comunicación (TICs) en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática ha cobrado un protagonismo importante. Debido a que dichas herramientas pueden convertirse en medios en las que tanto maestros como estudiantes pueden visualizar, de manera más concreta y práctica, las diversas representaciones que se encuentran implicadas en el desarrollo de ciertas operaciones de cálculo numérico y, a su vez, permiten el desarrollo de una actitud reflexiva frente a dichas operaciones, ya que los docentes y los alumnos pueden realizar construcciones y formulaciones de situaciones significativas propias frente a diversos cálculos matemáticos de diversa complejidad (Gamboa, 2007).

Por ello, dentro de las tendencias actuales en la enseñanza de la matemática se destaca el uso de las TICs como unos recursos idóneos para la formulación de conclusiones más flexibles, pertinentes y observaciones que en otros ambientes, sobre todo en el tradicional, demandarían mayores complejidades y harían del aprendizaje una tarea tediosa y poco motivadora.

En concordancia con esto, actualmente, en el Currículo Nacional se concede un papel importante al uso de las TICs, ya que se destaca el uso de estas herramientas para interactuar con la información, gestionar su comunicación y aprendizaje. De igual manera, se resalta que estos recursos ayudan a diferenciar y ordenar la información de manera fluida por medio de la modificación y creación de objetos digitales; dado que permite seleccionar e instalar aplicaciones según las necesidades de los estudiantes frente a las nuevas demandas y cambios en su contexto. Igualmente, permite que los alumnos logren identificar y elegir interfaces según sus condiciones personales o de su entorno sociocultural y ambiental, generando un medio de participación con pertinencia en entornos digitales colaborativos, por medio de una comunicación basada en el respeto y el desarrollo participativo de proyectos. Igualmente, realiza todas estas acciones de manera sistemática y con capacidad de autorregulación en su quehacer (MINEDU, 2016).

Así mismo, el uso de las tecnologías permite la integración de un conjunto de recursos que convierten la labor del docente y el proceso de enseñanza-aprendizaje en una tarea interactiva y flexible frente a lo que por muchos años se ha tornado memorístico y expositivo en la realización de operaciones de cálculo numérico. Así mismo, estos recursos permiten que se involucre al docente en el uso de nuevos métodos de enseñanza más creativos que permitan la configuración de espacios de reflexión colaborativa mediados por las TICs (Galindo, 2015).

En este sentido, los softwares de geometría dinámica, como el GEOGEBRA, proporcionan un entorno de instrucción basado en computadora en el que se pueden construir fácilmente figuras geométricas, manipulación, cálculo de medidas y probabilidades (Freyre & Mantica, 2017) para enseñar y aprender geometría. En sus primeros días de desarrollo, este software se diseñó principalmente para reemplazar el dibujo manual de figuras geométricas con lápiz, reglas y compases (Flores, 2015). Una vez que las figuras geométricas se construyeron fácilmente con el GEOGEBRA, el software se amplió para construir y manipular figuras dinámicas, por ejemplo, mediante un simple arrastre, mientras se conservan las propiedades geométricas de las figuras.

El entorno proporcionado por GEOGEBRA repercute pedagógicamente en dos aspectos centrales, primero a nivel de práctica docente al permitir que los estudiantes observen la demostración y la explicación de los maestros; y, en segundo lugar, permite que los estudiantes exploren y descubran conceptos matemáticos de forma independiente o en colaboración (Espina & Santana, 2015).

Por ello, el presente proyecto tiene como objetivo propiciar el desarrollo de aprendizajes significativos en el área de matemática en los estudiantes del cuarto de secundaria. Dicho objetivo se circunscribe en un contexto en el cual actualmente las tecnologías de la información han cobrado un papel protagónico como mediadores en los procesos de enseñanza- aprendizaje que diariamente se desarrollan en el aula de clase, de tal manera, que facilitan al docente no solo herramientas para una mejor comprensión de los conceptos matemáticos que se desarrollan, sino de los procedimientos necesarios para llevar a cabo demostraciones más eficientes, dado que permiten que los estudiantes “manipulen” los diversos conceptos matemáticos implicados en cada situación planteada.

II. DATOS GENERALES

2.1 Título del proyecto:

Uso del software educativo GEOGEBRA en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas de equivalencia, regularidad y cambio en estudiantes de 4to. año de secundaria.

2.2 Nombre de la I.E:

“I.E.P. Himalaya”

2.3 Beneficiarios:

a) Directos:

Alumnos:

La I.E: cuenta con 352 estudiantes de los tres niveles: inicial, primaria y secundaria en un solo turno, el de la mañana. La mayoría de ellos proceden del distrito de la Molina.. Por lo general su condición económica es de clase B o C.

Los beneficiarios directos son en total 24, entre 15 y 16 años de edad del cuarto grado de secundaria.

o Docentes:

- o En relación con el personal docente, el colegio “Himalaya” cuenta con un aproximado de 50 docentes en los diferentes niveles educativos tanto en inicial, primaria y secundaria. El equipo docente está conformado por tres personas que integran el equipo del área de matemática.

b) Indirectos:

- o **Padres de familia**, los cuales provienen de un contexto socioeconómico medio alto y muestran mucha disposición para apoyar a sus hijos en las actividades que estos realizan en la institución. Sobre todo, las

orientadas a mejorar el rendimiento académico de los mismos. Dichos padres se muestran participativos y solícitos frente a cualquier apoyo que tanto los directivos como docentes puedan solicitarles en relación con la mejora del proceso de aprendizaje que sus hijos vienen desarrollando en las aulas.

III. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

3.1 Situación problemática

La institución privada donde se llevó a cabo el proyecto de innovación es la I.E.P Mixta “Himalaya”. Esta institución educativa pertenece a la UGEL 06 y se encuentra ubicada en el distrito de “La Molina”. El colegio cuenta con una infraestructura amplia y variada como laboratorios de ciencias, sala de cómputo en los tres niveles (inicial, primaria y secundaria), biblioteca, entre otros. El colegio “Himalaya” tiene como visión el ser una institución reconocida socialmente por su calidad académica y educativa fomentando el espíritu de superación, cooperación, respeto, solidaridad y creatividad a través de una formación humanista, científica y tecnológica que contribuya al desarrollo del país. Esto implica que el colegio siempre está a la vanguardia, buscando nuevas estrategias metodológicas para mejorar el nivel de enseñanza-aprendizaje de todas las asignaturas del programa curricular.

En la actualidad, asumo el rol de docente de aula en el área de Matemática del nivel secundaria y cumpla con las funciones de planificación, ejecución y evaluación curricular del proceso educativo en el marco de la propuesta formativa que tiene la institución educativa y bajo los lineamientos brindados por el Ministerio de Educación (MINEDU).

Por la experiencia adquirida al enseñar por ocho años consecutivos en el nivel secundario, tengo la responsabilidad y el compromiso con los estudiantes, los padres de familia y la institución educativa de lograr que alcancen las competencias planteadas por el Currículo Nacional 2016 y el Plan Anual del curso de Matemática diversificado. A partir de la observación sistemática de las clases y los registros de evaluación que los docentes del área de matemática utilizamos, se pudo constatar que un grupo considerable de alumnos del cuarto año de educación secundaria presentaban problemas para el desarrollo de las capacidades en la competencia de resolución de problemas relacionados con equivalencia, regularidad y cambio. A continuación, se realizará el análisis crítico de este problema.

3.2 Análisis crítico de la situación problemática

Tal como se expuso en el apartado anterior, la institución educativa cimienta su propuesta formativa en el desarrollo de competencias dentro de las diversas áreas que integran su propuesta curricular.

Dicha competencia implica, tal como sostiene el MINEDU (2016) que el estudiante traduzca datos y condiciones a expresiones algebraicas; comunique su comprensión sobre las relaciones algebraicas; utilice estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales; y, por último, que argumente afirmaciones sobre cambio y equivalencia (Ver tabla 1).

Los estudiantes tienen dificultades para transformar los datos de un problema a una expresión algebraica o matemática que les ayude a generalizar la interacción entre estos. Presentan deficiencia para formular preguntas o problemas a partir de una situación o una expresión. En suma, es necesario desarrollar en ellos la capacidad de **traducir datos y condiciones a expresiones matemáticas**.

También presentan dificultad al momento de indicar la comprensión de la noción, concepto o propiedades de los patrones, funciones, ecuaciones e inecuaciones estableciendo relaciones entre estas; usando un lenguaje algebraico y diversas representaciones propuestas por Duval, en su teoría de registros representaciones semióticas, las cuales son verbal, algebraica y gráfica. Así como traducir oralmente información que presente contenido algebraico. Con todo ello es necesario desarrollar la capacidad de **Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas**.

Por último, presentan dificultades al momento que se les indica seleccionar, adaptar, crear, procedimientos, estrategias y algunas propiedades para simplificar o transformar ecuaciones, inecuaciones y expresiones simbólicas que le permitan resolver ecuaciones, determinar dominios y rangos, representar rectas, parábolas, y diversas funciones. Por ello es importante desarrollar la capacidad de **Uso estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales**.

En este sentido, el presente proyecto tiene por finalidad ayudar a que los alumnos desarrollen las capacidades asociadas a la competencia de actuación y pensamiento matemático en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, usando como mediador el *software* educativo “GEOGEBRA” a través de la generación de situaciones de aprendizajes significativos. Se busca que los alumnos desarrollen una comprensión holística frente a diversas situaciones matemáticas planteadas en clase, ya que este *software* permite que los estudiantes puedan evidenciar —de manera clara y precisa— la forma en que su proceso mental se exterioriza y como estos, a su vez, se hacen comprensibles y accesibles. Proceso que se fundamenta en la teoría de los registros de representaciones semióticas propuesta por Duval en 1995 (Bello, 2013).

De igual manera, este proyecto busca que los estudiantes se sientan motivados al aprender la matemática a través de un proceso de mayor interacción y agenciar a los docentes de un recurso adicional frente a una clase tradicional en donde solo la representación en lápiz y papel eran los únicos medios para que los alumnos puedan representar los problemas matemáticos durante el desarrollo de las clases.

Cabe destacar, que se cuenta con el apoyo del personal directivo y los coordinadores de las diversas áreas quienes siempre motivan y apoyan a los docentes a innovar en clase; pues el objetivo principal es siempre que los estudiantes mejoren sus aprendizajes. Asimismo, se tiene el apoyo del profesor del área de Informática quien facilitará el uso del laboratorio de cómputo para poder trabajar esta herramienta con los estudiantes.

Por último, este proyecto busca ser un referente frente a futuras prácticas innovadoras para que los estudiantes de los diversos niveles —inicial, primaria y secundaria— logren realizar representaciones matemáticas más interactivas haciendo del aprendizaje del curso más entretenido y motivador.

3.3 Enunciado diagnóstico y pregunta de acción

El análisis de situación problemática descrita se logró a partir de la evidencia recopilada en los registros de evaluación de los aprendizajes usada por los docentes del área de matemática (Ver anexo 1) en el cual se registró un bajo nivel de rendimiento en la competencia asociada al nivel dos planteada en las rutas de aprendizaje del MINEDU (2016), dicha competencia comprende la actuación y pensamiento matemático en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio. Esta competencia comprende, a su vez, cuatro capacidades relacionadas a la matematización de situaciones, la traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas; la comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas; el uso de estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales; y, por último, la argumentación sobre afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

A partir del análisis de las evidencias y las implicancias que abarca la problemática descrita —bajo nivel de desempeño en una de las competencias en el área de matemática—, el presente proyecto busca mejorar el desarrollo de las capacidades matemáticas asociadas a la competencia en mención través del uso de herramientas tecnológicas como el GEOGEBRA.

Por ello, el proyecto se fundamenta en la siguiente pregunta de acción,

¿De qué manera el uso del software GEOGEBRA contribuye en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas relacionados con equivalencia, regularidad y cambio en estudiantes de 4to. año de secundaria?

3.4 Objetivos del proyecto

General

- Determinar la influencia del software GEOGEBRA en la competencia de resolución de problemas relacionados con equivalencia, regularidad y cambio.

Específico

- Analizar de qué manera el uso del software GEOGEBRA influye en la capacidad de traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas.
- Analizar de qué manera el uso del software GEOGEBRA influye en la capacidad de Comunicación de la comprensión sobre las relaciones algebraicas.
- Analizar de qué manera el uso del software GEOGEBRA influye en la capacidad del uso de estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

IV. REFERENTES CONCEPTUALES

La enseñanza de la matemática

La enseñanza de la matemática comprende múltiples aspectos que con el paso del tiempo han ido cambiando no solo en el ámbito metodológico sino también en el incremento de herramientas que puede disponer el maestro para agenciarse en el desarrollo de sus clases.

Ahora bien, uno de los retos que los docentes se enfrentan frente a este escenario es que las herramientas y recursos, que en la actualidad se disponen, puedan permitirles una enseñanza de tipo comprensiva, esto es, tal como sostienen Eggen y Kauchack (2015), donde los maestros identifiquen objetivos claros de aprendizaje para sus estudiantes; seleccionen estrategias que ayuden a sus alumnos a alcanzar sus objetivos; ofrecer ejemplos y representaciones que los ayuden a adquirir una comprensión más profunda de los temas que estudian; motivarlos a participar activamente en el proceso de aprendizaje; guiarlos a construir un entendimiento de los temas estudiados; y, por último, supervisarlos constantemente en la búsqueda de pruebas de que estos han aprendido satisfactoriamente.

La enseñanza comprensiva centra su interés en el proceso de generación de aprendizajes más que el resultado de estos; no obstante, es menester destacar que este tipo de aprendizaje se circunscribe bajo un paradigma de tipo significativo, el cual conduce a los estudiantes a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas que estos presentan (Díaz & Hernández, 2003).

En este sentido, la enseñanza de la matemática, en la actualidad, se orienta hacia la generación de aprendizajes significativos a través de una enseñanza comprensiva en donde los estudiantes se sitúen como actores principales durante el desarrollo de las actividades.

El registro de representaciones semióticas

La teoría de registros de representaciones semióticas (R.R.S) planteada por Duval en 1995, sostiene que dichos registros son aquellas producciones constituidas a través del medio que disponen los sujetos para exteriorizar sus representaciones mentales (procesos cognitivos) con la finalidad de hacerlas evidentes o accesibles a otros. Por lo tanto, estas representaciones están subordinadas a las representaciones mentales y no cumplirían más que funciones de comunicación, de tal manera que estas abarcan un conjunto de imágenes y concepciones que un sujeto pueda tener sobre un objeto, una situación y sobre lo asociado a esta (Bello, 2013).

Así mismo, Duval (1995) sostiene que, en matemática, los R.R.S no solo se utilizan para fines de comunicación, sino también son utilizados en toda la actividad cognitiva durante el aprendizaje de la matemática. Cabe destacar que los R.R.S transitan por varias fases, las cuales se orientan a favorecer las actividades cognitivas como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. De tal manera que los estudiantes deben “transitar” entre los varios estadios del registro —por lo menos dos— con el objetivo de lograr el aprendizaje de un determinado concepto, situación o proceso matemático (Duval, 1995).

Situaciones significativas de aprendizaje

Durante el proceso de enseñanza de la matemática, los docentes —bajo el paradigma del R.R.S— se debe generar situaciones significativas para que los estudiantes logren un adecuado “tránsito” a través de los estadios descritos. Dichas situaciones serán significativas en la medida que, tal como afirman Eggen y Kauchack (2015):

- Lleven a los estudiantes a movilizar sus saberes, interpelándolos en lo que vive, tocando sus centros de interés del momento.
- Les planteen un desafío o que el alumno perciba con anticipación uno.
- Sean directamente útil, por ejemplo, haciéndole avanzar en un trabajo complejo.
- Les permitan contextualizar los diferentes saberes, poner de manifiesto su utilidad.
- Permitan explorar los límites de los campos de aplicación de esos saberes.
- Remitan a una reflexión de tipo epistemológica sobre los saberes, es decir, dichas situaciones son capaces de generar en las estudiantes múltiples interrogantes sobre la construcción de sus saberes.
- Permitan poner de manifiesto las diferencias entre la teoría y la práctica la aportación de diferentes disciplinas en la resolución de problemas complejos; y, finalmente, permite al alumno “medir” la distancia entre lo que sabe para resolver una situación compleja y lo que deberá aprender aún.

El GEOGEBRA como recurso tecnológico

Frente a la variedad de situaciones o condiciones que pueden favorecer tanto el aprendizaje significativo de la matemática, así como la configuración de un contexto enriquecedor y motivador para los estudiantes. Es necesario que las herramientas que dispone el docente permitan la construcción de estos aprendizajes, pero, sobre todo, bajo una plataforma que genere en sus estudiantes la posibilidad de una experimentación más real de las situaciones planteadas en clase.

Por ello, una de las herramientas a destacar en la actualidad son aquellas relacionadas a las tecnologías de la información y la comunicación (TICs). En este sentido, una de las herramientas tecnológicas más usuales para la enseñanza de la matemática son los *softwares* educativos tales como el GEOGEBRA, el cual se enmarca dentro de los “Programas de Geometría Dinámica” (PGDs), los que, a su vez, favorecen el desarrollo de las capacidades de visualización y razonamiento de los aprendices mediante la resolución de tareas de construcción de figuras en entornos dinámicos, donde los estudiantes tienen mayores posibilidades de interacción con los objetos geométricos, debido a que la tarea le demanda establecer relaciones entre los conceptos involucrados para un gráfico coherente (Prieto, Luque & Rubio, 2013).

GEOGEBRA, es un software de libre acceso que presenta una interfaz sencilla para los usuarios, pero, sobre todo, proporciona múltiples y variadas representaciones de un mismo objeto matemático, lo cual presenta múltiples ventajas tanto para los docentes como para los alumnos en la enseñanza y aprendizaje de la geometría. De tal manera que Mañas (2013) destaca las virtudes de este programa ya que permite:

- El fomento de una comprensión holística de los conceptos matemáticos.
- Permite fijar objetos y calcular otros en función de los ya fijados, es decir, permite manipular ciertos objetos y ver qué tipo de transformaciones

experimentan, lo cual permite incrementar la motivación y curiosidad a los estudiantes.

- Hace de la geometría una disciplina más dinámica debido a que se pasa del dibujo en la pizarra a un entorno más dinámico y experimental.
- Permite el conocimiento de diversas propiedades matemáticas para poder construir configuraciones geométricas.
- Mejora la capacidad de realizar conjeturas por parte de los estudiantes.

En síntesis, en la enseñanza y aprendizaje de la matemática convergen diversos aspectos que involucran tanto procesos cognitivos como el uso de diversas herramientas o recursos que actúan como mediador en la construcción de aprendizajes y situaciones significativas. De tal manera, que los recursos informáticos, tales como el GEOGEBRA, brindan interfaces que permitan la generación y construcción de dichos aprendizajes y situaciones.

V. APOORTE DE EXPERIENCIAS INNOVADORAS

Por otro lado, dentro de las experiencias innovadoras relacionadas al uso del GEOGEBRA en el aula están las de Bello (2013) en el cual se destaca el uso de este software para la enseñanza de la Programación Lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria. Dichos estudiantes, desarrollaron habilidades y destrezas relacionadas a la resolución de problemas de programación lineal, moldeamiento matemático de situaciones reales. Igualmente, lograron mayor precisión en la ubicación de la intersección de regiones y evitaron distorsiones en las mismas, además graduaron escalas y la visualización de representaciones algebraicas de los problemas de inecuaciones por medio de las representaciones gráficas visuales en la ventana del software GEOGEBRA, evidenciando, de esta manera, un tránsito coordinado y pertinente de los registros de representaciones semióticas de manera fluida y espontánea.

Así mismo, en la investigación de Arnao (2017) se tuvo como objetivo estudiar de qué manera ocurre el proceso de generación instrumental del circuncentro en alumnos de 14 y 15 años del tercer grado de Secundaria, mediante una secuencia de situaciones en la que se empleó GEOGEBRA. Aquí se identificó que los estudiantes desarrollaban estructuras de utilización y de actuación instrumental cuando desarrollan una secuencia de actividades que moviliza nociones de circuncentro.

De igual manera en la investigación de Espinoza (2016), se tuvo por finalidad analizar de qué manera los alumnos de 4 de secundaria realizan conjeturas de la propiedad de la base media cuando articulan las aprehensiones en el registro figural en una secuencia de actividades mediadas por GEOGEBRA. Aquí los alumnos usaron la función de arrastre y otras opciones del GEOGEBRA para realizar el tratamiento en el registro figural, el cual permitió evidenciar diversas configuraciones del objeto representado, articulación de aprehensiones, relacionar conocimientos y desarrollar conjeturas. Al final, mediante dicha articulación de aprehensiones en el registro figural, los alumnos lograron conjeturar la propiedad de la base media del trapecio.

Por último, en la investigación de Lara (2016), estuvo centrada en la parábola como espacio geométrico en una formación continua de docentes del área de matemática a través de una secuencia didáctica a través del uso del GEOGEBRA y la consideración del concepto de registro de representaciones semióticas como fundamento teórico. En esta investigación los resultados mostraron que los docentes coordinan los registros

figurales, de manera fluida, gráfica y algebraica. No obstante, lograron, de manera parcial, movilizar dichos registros al resolver las situaciones planteadas en la última actividad. De otro lado, se considera que el uso del software GEOGEBRA permitió la movilización de las nociones de parábola como espacio geométrico en las diversas situaciones planteadas, así como la coordinación de los diversos registros en cuestión.

En síntesis, el uso del software GEOGEBRA como mediador en la enseñanza-aprendizaje de diversas situaciones matemáticas permite una comprensión más holística e interactiva del objeto matemático. Esto es, logra que los participantes se integren en la actividad y desplieguen una serie de recursos cognitivos que enriquece aún más su aprendizaje. Por ende, es menester destacar este recurso tecnológico como uno de los medios idóneos para el despliegue de procesos cognitivos de diversa índole implicados en la enseñanza-aprendizaje de la matemática.

VI. HIPÓTESIS DE ACCIÓN

El uso del software GEOGEBRA contribuye positivamente en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas relacionados con equivalencia, regularidad y cambio en estudiantes de 4to. año de secundaria.

VII. PROPUESTA PARA MEJORAR O INNOVAR LA PRÁCTICA EDUCATIVA EN RELACIÓN CON LA SITUACIÓN DESCRITA

6.1 Objetivo

En la presente propuesta se busca mejorar los procesos de aprendizajes de los alumnos a través del uso del software matemático "GEOGEBRA". Para tal fin se parte de una situación donde los alumnos muestran dificultades para el aprendizaje de diversas situaciones y ejercicios que se plantean durante el desarrollo de las clases.

6.2 Descripción de la propuesta, su relación con la situación que se desea mejorar y su relación frente a otras experiencias innovadoras

Esta propuesta se orienta a brindar una alternativa que ayude tanto a los docentes y estudiantes una comprensión más holística de la matemática, ya que, tal como se explicó, GEOGEBRA, ofrece un entorno que permite poner de manifiesto el proceso implícito que los sujetos realizan al enfrentarse a una situación matemática. Dicho proceso, al hacerse evidente, permite que los estudiantes puedan "manipularlos" de tal manera que los pone en contacto con los objetos matemáticos con los que están trabajando (Duval, 1995).

De igual manera experiencias innovadoras tales como la Galindo (2015); Bello (2013) y Neyra (2013), inciden en el uso del software GEOGEBRA como mediador ideal para la enseñanza de la matemática al proporcionar un entorno integrado de aprendizaje y desarrollo matemático facilitando la interacción entre representaciones visuales y algebraicas de los conceptos matemáticos. Así mismo, destacan el papel de GEOGEBRA para ayudar al aprendizaje de las matemáticas para los estudiantes de todo el mundo, ya que este software dinámico gratuito y multiplataforma permite a los estudiantes descubrir interactivamente conceptos matemáticos y relaciones entre ellos. Así mismo, ayuda a los estudiantes a comprender el álgebra, la geometría, el cálculo, las estadísticas y muchos otros campos de la ciencia de una manera más profunda.

6.3 Fases del proyecto

1. **Presentación de los objetivos**, aquí se detallan los fines que se quieren conseguir con cada una de las sesiones que abarcan el proyecto, de tal manera que los estudiantes clarifiquen los propósitos de los mismos.

2. **Verbalización de contenido**, aquí se desarrolla el contenido temático de la sesión que se trabajará, de tal manera que el docente exponga, de manera dialógica, el tema que se desarrollará.

3. **Presentación de la situación significativa**, aquí el docente presentará los diversos ejercicios que tendrán que resolver los alumnos. Dichas problemáticas estarán presentadas en un lenguaje algebraico.

4. **Presentación del recurso tecnológico**, en esta fase se expone a los estudiantes las características del GEOGEBRA y de qué manera, a través de las herramientas y opciones que este programa ofrece, ellos pueden trabajar las múltiples situaciones que se plantearan en clase.

mediante un ejemplo, vamos a explicar como con la ayuda del software GeoGebra, los estudiantes dan solución al problema o ejercicio propuesto, sabiendo de antemano que los estudiantes ya dominan su solución con lápiz y papel, pero gracias al GeoGebra llegarían a la solución de problema en menos tiempo y ganado tiempo en traducir los enunciados del problema en expresiones algebraicas dependiendo de la dificultad del mismo y planteándose a partir del grafico otras posibles situaciones problemáticas.

Ejemplo:

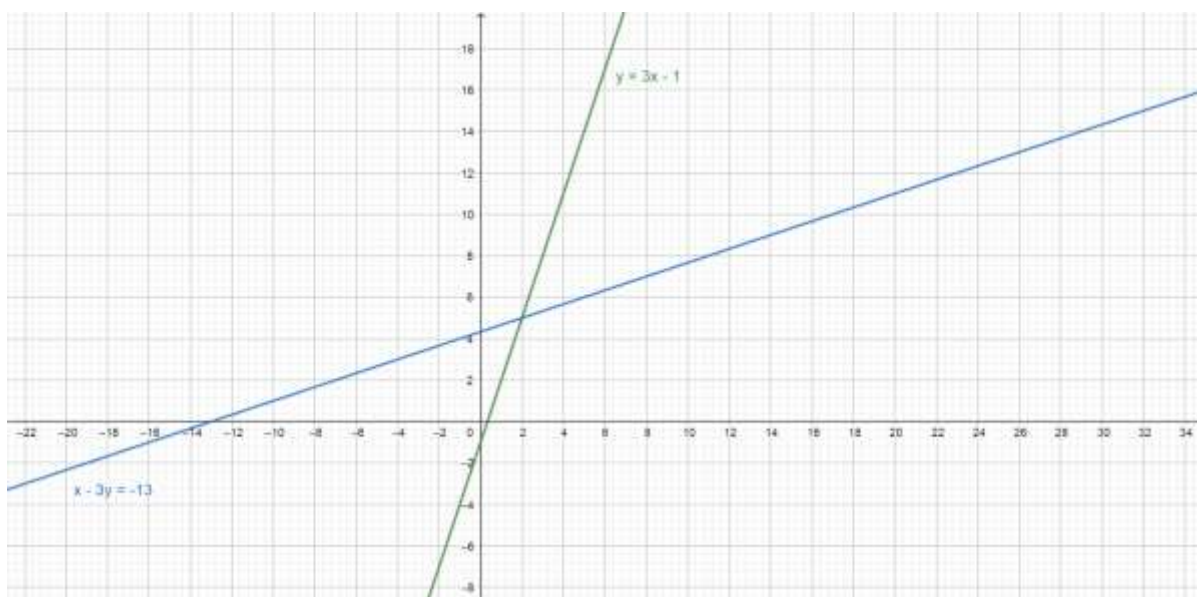
Resolver el siguiente sistema con ayuda de GeoGebra.

$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ x - 3y = -13 \end{cases}$$

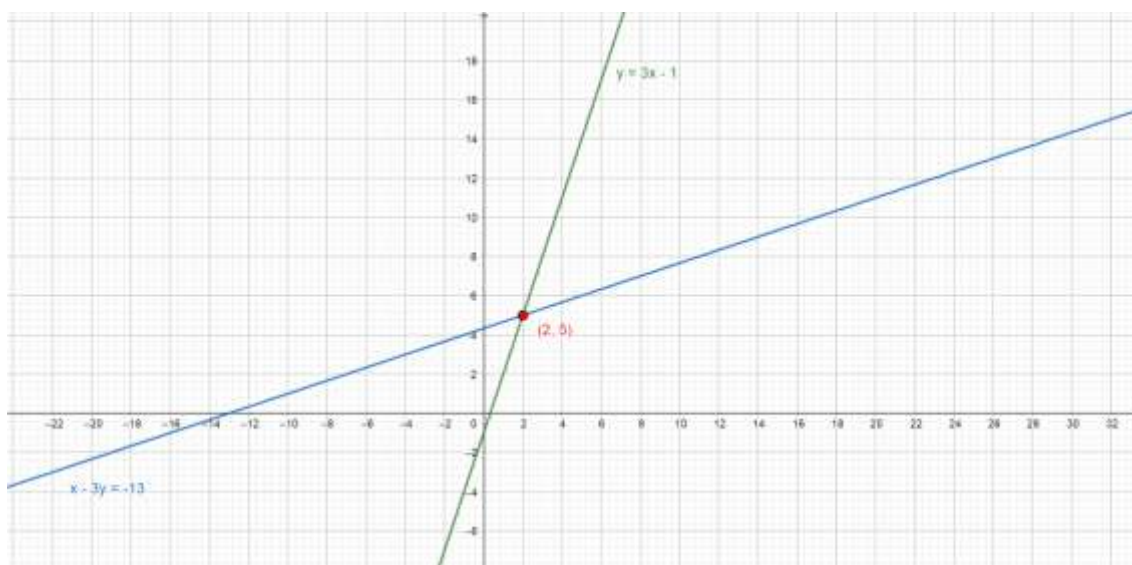
Paso 1: se ubican en la vista algebraica.



Paso 2: En la vista algebraica, ubicas las ecuaciones lineales con dos incógnitas. Luego en la parte grafica de GeoGebra, se trazan las gráficas de ambas ecuaciones. **En los gráficos imágenes: se usó de GeoGebra.**



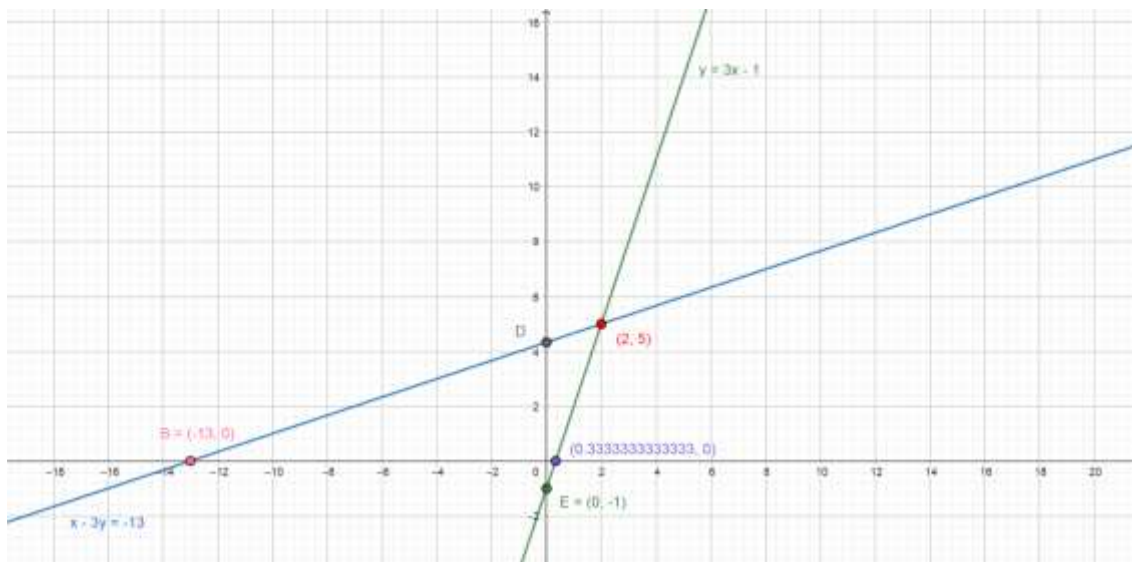
Paso 3: para visualizar la solución del sistema, se utiliza el comando “intersección “de la siguiente manera se da clic al comando, luego a ambas rectas y aparece un punto A que es la solución del sistema y si desean ver su valor se va a configuración, haciendo clic en el punto A e indicando “valor” para ver la solución del sistema. También se puede cambiar de color a las rectas o puntos para visualizarlos mejor.



Ahora si queremos saber que sucedería con las gráficas de las ecuaciones cuando cambiamos los valores de los coeficientes podríamos conjeturas posibles comportamientos de las gráficas, cuando cambiamos el valor de su pendiente o la intersección de la recta con el eje y. además si cambiamos los valores de los coeficientes de ambas ecuaciones lineales al mismo tiempo, veríamos cuando coinciden, cuando son paralelas y cuando toman únicas soluciones, pues formaríamos

varios sistemas de ecuaciones lineales. También las intersecciones con los ejes x e y, usando el comando “intersección”, veamos:

Además, podemos agrandar o disminuir la imagen con el comando zoom, para visualizar los puntos de intersección con los ejes, siendo interactiva la clase.



Con la ayuda del GeoGebra los estudiantes comprueban sus resoluciones con lápiz y papel, se hacen más interactivas las clases con el uso de la tecnología, generando en ello interés y mucho entusiasmo por el curso, ya demostrado en muchas investigaciones hechas a nivel nacional e internacional con el uso del GeoGebra, además de ahorro de tiempo para poder traducir los datos y condiciones del problema en expresiones algebraicas e interactuar entre los estudiantes otros tipos de resolución.

5. Desarrollo de la sesión, aquí los estudiantes desarrollarán las situaciones planteadas en clase a través tanto de la mediación del docente (ver anexo 3) como del GEOGEBRA (ver anexo 4). Así mismo, en esta fase se resuelvan de manera oportuna algunas dudas o interrogantes relacionadas tanto al contenido de la sesión como el uso del software.

6. Evaluación de la sesión, durante esta fase se determina el nivel de competencia desarrollada durante la clase. Para ello se utiliza el registro y rúbrica de evaluación adjunta en el anexo 5.

6.4 Cronograma de acciones

Etapa	Actividad	Mes																					
		Marzo				Junio				Julio				Agosto				Setiembre				Octubre	
		Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4		
Diagnóstico	Sensibilización a los docentes del área de matemática sobre el uso y la importancia del GEOGEBRA		X																				
	Evaluación de entrada a los alumnos de 4to de secundaria			X																			
Desarrollo	Procesamiento e interpretación de los resultados obtenidos en la prueba de entrada				X																		
	Elaboración de las sesiones de acuerdo a los competencias a mejorar																						
	Desarrollo de las sesiones que comprenden la propuesta																						
Evaluación	Monitoreo e interpretación de los resultados obtenidos en cada sesión																						
Comunicación	Informe de resultados																						

6.5 Viabilidad de la propuesta

Para la viabilidad del proyecto se cuentan con los recursos humanos (docentes) y tecnológicos (computadoras y proyectores) disponibles dentro de la institución. En tal sentido para el desarrollo de esta propuesta no será necesario el desembolso de recursos económicos por parte de la institución educativa, ya que el programa GEOGEBRA es un software de libre acceso y las sesiones serán desarrolladas en aulas que se encuentran equipadas con computadoras.

6.6. Criterios e indicadores de evaluación de los objetivos de la propuesta

Objetivo General

- Determinar el nivel de influencia del software GEOGEBRA en la resolución de problemas relacionados con equivalencia, regularidad y cambio.

Objetivo específico	Resultado a evaluar	Indicadores de evaluación	Instrumentos de evaluación	Fuentes de verificación	Periodos	Responsable
Analizar de qué manera el uso del software GEOGEBRA influye en la capacidad de traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Interpretan y reflexionan en torno a situaciones matemáticas mediadas por el uso del software GEOGEBRA.	Reconoce la importancia del GEOGEBRA para el aprendizaje de la matemática. Utiliza eficiente el GEOGEBRA para la resolución de problemas de cambio, regularidad y equivalencia.	Rúbrica Ficha de evaluación	Registro auxiliar Prueba de entrada y de salida	Agosto a Octubre	Docente responsable del proyecto

VIII. RESULTADOS

En la figura 1 se puede evidenciar los resultados obtenidos al aplicar la prueba de entrada de matemática (ver anexo 2) previa al uso de software GEOGEBRA para la resolución de problemas.

Figura 1

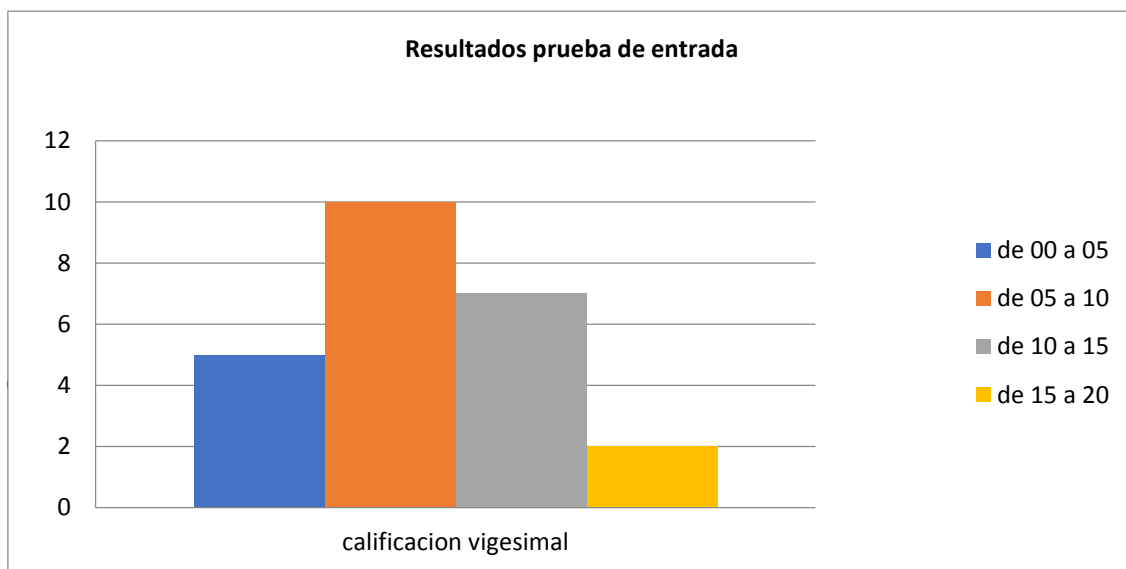


Tabla 1

Resultados de la prueba de entrada de matemáticas

Calificación vigesimal	f	x_i	F_i
[0 – 5[5	2.5	5
[5 – 10[10	7.5	15
[10 – 15[7	12.5	22
[15 – 20]	2	17.5	24

Media:

$$\frac{5 \times 2.5 + 10 \times 7.5 + 7 \times 12.5 + 2 \times 17.5}{24} = 8.75$$

Mediana:

$$5 + \left(\frac{\frac{24}{2} - 5}{10} \right) \cdot 5 = 7.5$$

Moda:

$$5 + \left(\frac{5}{5 + 3} \right) \cdot 5 = 8.125$$

Por otro lado, en la figura 3 se puede evidenciar como mejoraron el rendimiento de los alumnos en relación al primer resultado, debido, sobre todo porque el proceso de aprendizaje estuvo mediado por el software matemático GEOGEBRA (ver anexo 3).

Figura 2

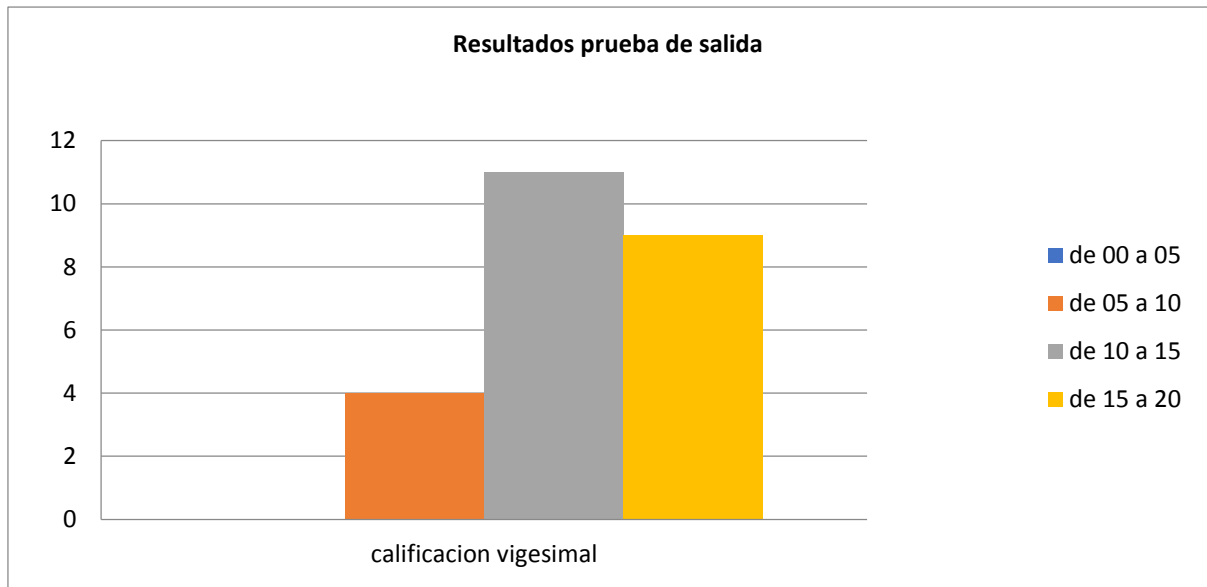


Tabla 2

Resultados de la prueba de salida de matemáticas

Calificación vigesimal	f	x_i	F_i
[0 – 5[0	2.5	0
[5 – 10[4	7.5	4
[10 – 15[11	12.5	15
[15 – 20]	9	17.5	24

Media:

$$\frac{0x2.5 + 4x7.5 + 11x12.5 + 9x17.5}{24} = 13.5$$

Mediana:

$$10 + \left(\frac{\frac{24}{2} - 4}{11} \right) 5 = 13.6$$

Moda

$$10 + \left(\frac{7}{7+2} \right) \cdot 5 = 13.9$$

Frente a estos resultados se puede observar que hubo una mejora con respecto a las calificaciones que los alumnos obtuvieron durante la prueba final. Dicha variación de puntajes obedeció a que la enseñanza de las situaciones matemáticas estuvo mediada por el uso del software GEOGEBRA lo cual no solo llevó a que los alumnos incrementaran su rendimiento en las pruebas aplicadas, sino en una mejor comprensión de las situaciones de equivalencia, cambio y regularidad que se plantearon en clase.

En la Tabla N°3 se observa que el valor de la media en la prueba de entrada es de 8.75 (es una calificación que representa a los estudiantes evaluados al inicio de la experiencia) mientras que la mediana de 7.5 (es decir, el 50% de estudiantes tiene una calificación por debajo de 7.5 y un 50% de estudiantes tiene una calificación por encima de 7.5) y la moda de 8.125 (es decir, es la calificación aproximada que más se repite en los estudiantes, antes de la aplicación del programa GeoGebra, una cantidad considerable de estudiantes, esta desaprobado en dicha prueba de entrada) antes de la aplicación del programa GEOGEBRA para la resolución de problemas.

En tanto que en la prueba de salida la media fue 13.5 (es decir, la calificación representativa del los estudiantes del salón mejoro en 4.75 puntos) mientras que de la mediana es de 13.6 (es decir, el 50% del salón es menor a esa calificación y el otro 50% es superior a dicha calificación) y la moda 13.9 (es decir, es la calificación que más se repite, habiendo aprobado una mayoría) observándose una mejora debido a la efectividad en la aplicación del Programa GEOGEBRA para la resolución de problemas.

Tabla 3

Análisis descriptivo entre la prueba de entrada y de salida

	Prueba de entrada	Prueba de salida
Media	8.75	13.5
Mediana	7.5	13.6
Moda	8.125	13.9
	n=24	n= 24

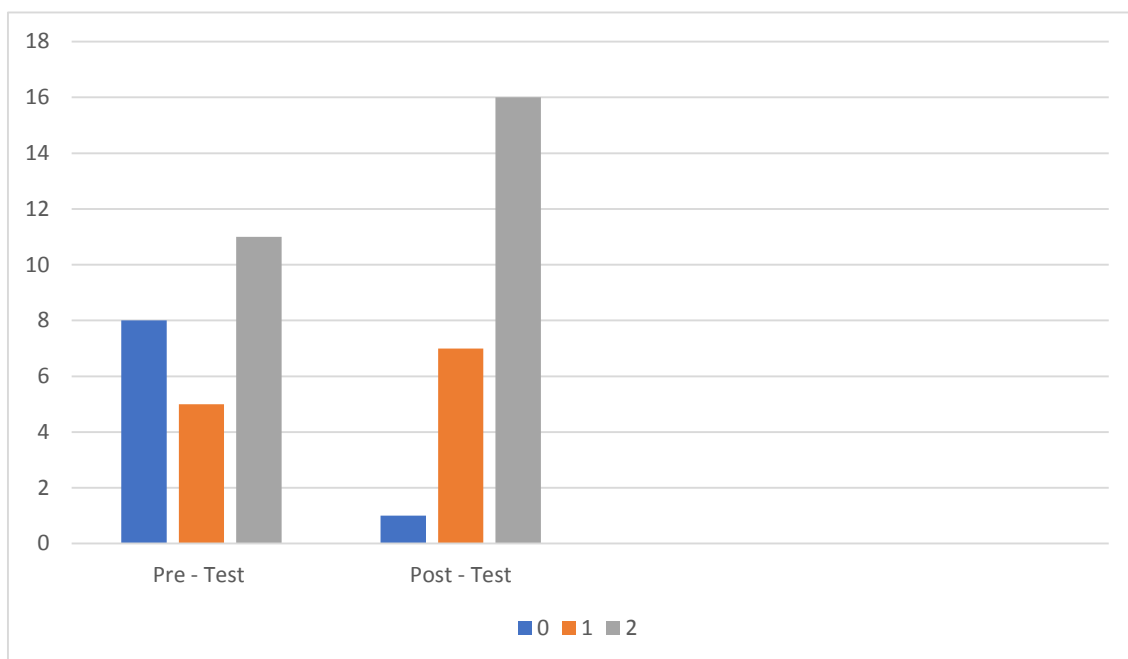
CUADROS Y BARRAS ESTADÍSTICAS

Tabla 4

Indicador 1

Puntaje	<i>Pre - Test</i>		<i>Post – Test</i>	
	<i>f</i>	<i>%</i>	<i>f</i>	<i>%</i>
0	8	33.3	1	4.2
1	5	20.83	7	29.2
2	11	45.83	16	66.6

Figura 3. Gráfico de barras del indicador 1.



En el indicador resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando el método gráfico al inicio de la experiencia 45.83 % (11) se ubicaron en el puntaje 2 (identifica los comandos del programa GeoGebra y resuelve el sistema, es decir, encuentra el conjunto solución) luego de la aplicación del GeoGebra el 66.6% lograron alcanzar el máximo puntaje, es decir se incrementó en 21%.

En el puntaje 1 luego de la aplicación del GeoGebra 29.2% lograron alcanzar dicho puntaje, es decir se incrementó en casi 8%.

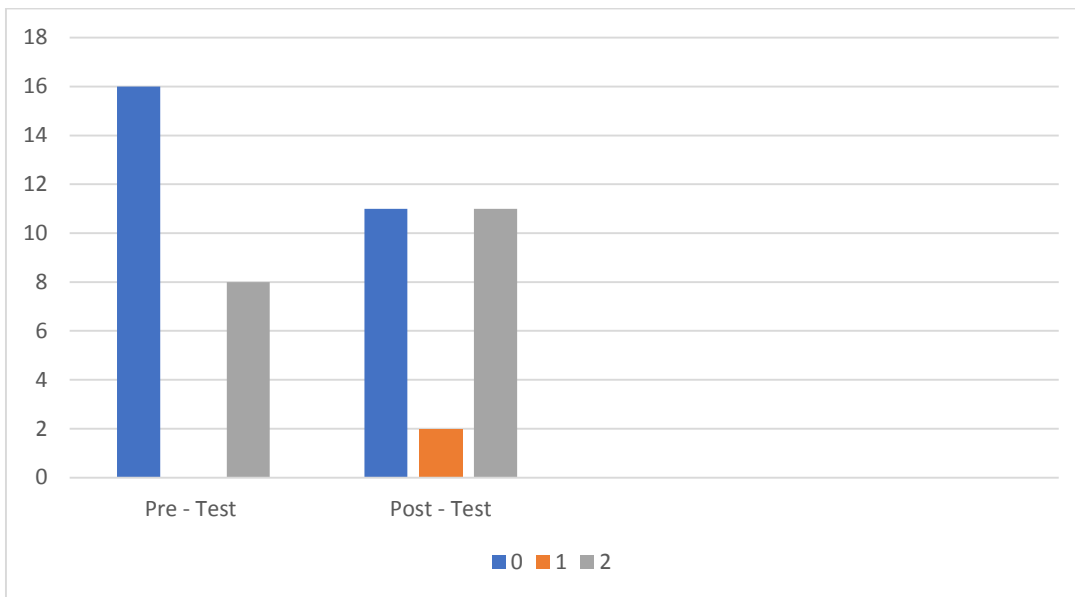
En el puntaje 0 después de la aplicación de GeoGebra solo el 4.2% no respondió dicho indicador.

Tabla 5

Indicador 2

Puntaje	<i>Pre - Test</i>		<i>Post - Test</i>	
	<i>f</i>	<i>%</i>	<i>f</i>	<i>%</i>
0	16	66.7	11	45.8
1	0	0	2	8.4
2	8	33.3	11	45.8

Figura 4. Gráfico de barras del indicador 2



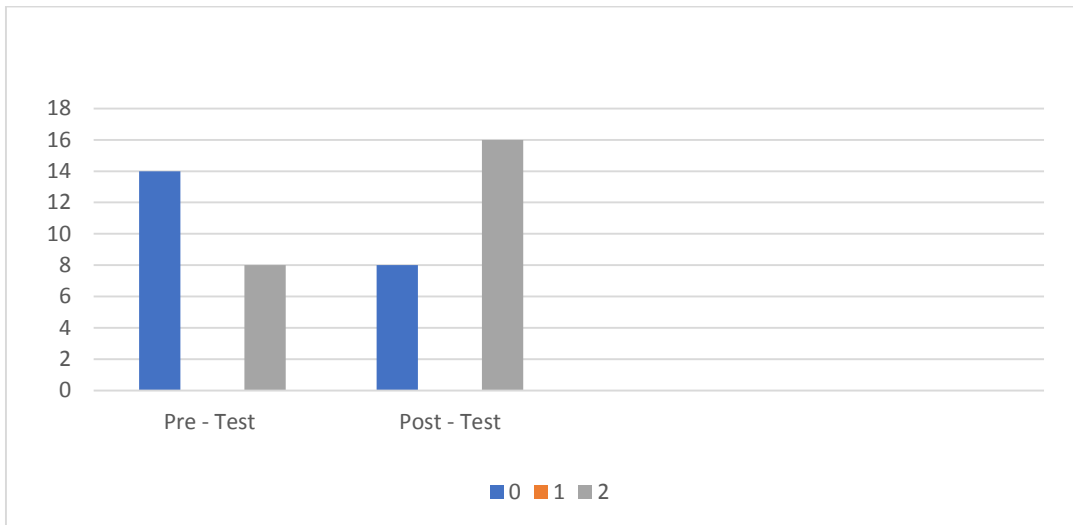
En el indicador Identifica el sistema de ecuaciones lineales para el cual la solución está dada con precisión al inicio de la experiencia el 33.3% (8) se ubicaron en el puntaje 2, luego de la aplicación de programa GeoGebra el 45.8% lograron el máximo puntaje, es decir, se incrementó en 12.5%, en el puntaje 1, luego de la aplicación de GeoGebra 8.4% lograron dicho puntaje, se incrementó un 8.4%. En el puntaje 0 antes del programa eran el 66.7% (16), después del programa 45.8% (11), es decir disminuyó en 20.9%, siendo favorable.

Tabla 6

Indicador 3

Puntaje	<i>Pre - Test</i>		<i>Post - Test</i>	
	<i>f</i>	<i>%</i>	<i>f</i>	<i>%</i>
0	14	58	8	33.3
1	0	0	0	0
2	10	42	16	66.7

Figura 5. Gráfico de barras del indicador 3



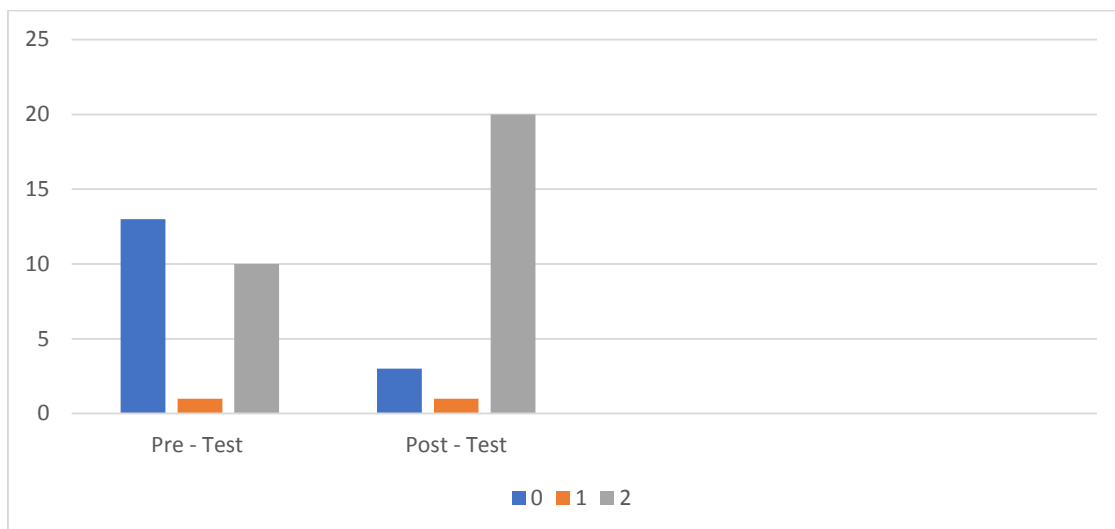
En el indicador ubica los pares ordenados en el plano cartesiano al inicio de la experiencia el 42% se ubica en el puntaje 2, después de la aplicación del GeoGebra, el 66.7% lograron el máximo puntaje, es decir se incrementó en 24.7%, en el puntaje 0 luego de la aplicación del GeoGebra 33.3% lograron dicho puntaje, es decir disminuyó en 24.7%, siendo favorable dicha experiencia.

Tabla 7

Indicador 4

Puntaje	<i>Pre - Test</i>		<i>Post - Test</i>	
	<i>f</i>	<i>%</i>	<i>f</i>	<i>%</i>
0	13	54.2	3	12.5
1	1	4.2	1	4.2
2	10	41.6	20	83.3

Figura 6. Gráfico de barras del indicador 4



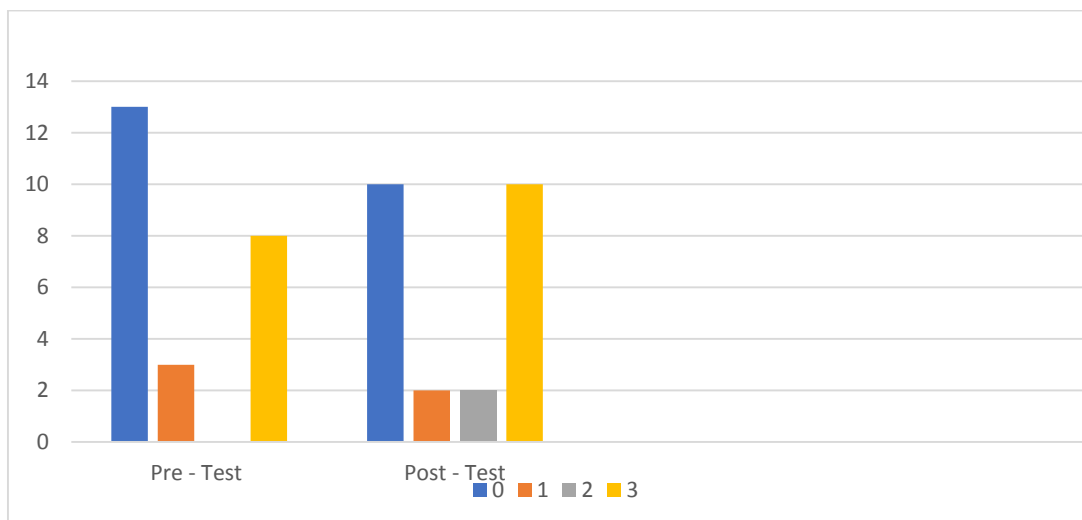
En el indicador traduce un enunciado verbal en una expresión matemática al inicio de la experiencia el 41.6% se ubica en el puntaje 2, después de la aplicación de GeoGebra el 83.3% lograron el puntaje máximo, es decir, se incrementó en un 41.7%.

Tabla 8

Indicador 5

Puntaje	<i>Pre - Test</i>		Post – Test	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
0	13	54.2	10	41.7
1	3	12.5	2	8.3
2	0	0	2	8.3
3	8	33.3	10	41.7

Figura 7. Gráfico de barras del indicador 5



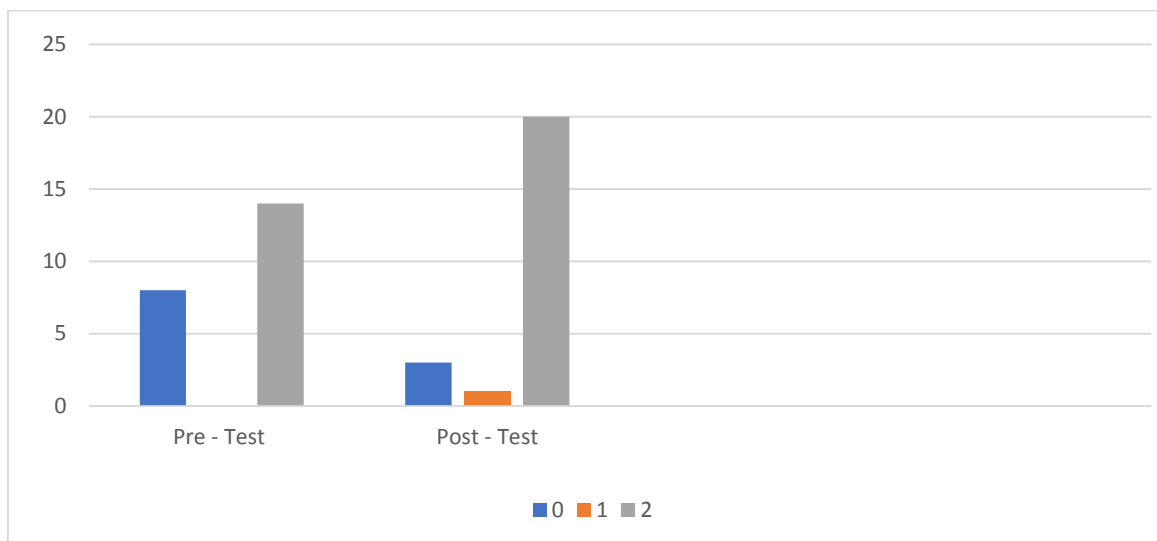
En el indicador Obtiene la ecuación de una recta a partir de una gráfica, al inicio de la experiencia el 33.3% se ubica en el puntaje 3, después de la experiencia el 41.7% lograron el puntaje máximo, es decir, se incrementó en un 8.4%, en el puntaje 2, se incrementó el 8.3% después de la aplicación del programa, en el puntaje 0 antes del programa era el 54.2%, después del programa el 41.7%, siendo favorable en 12.5%.

Tabla 9

Indicador 6

Puntaje	Pre - Test		Post - Test	
	f	%	f	%
0	8	33.3	3	12.5
1	0	0	1	4.2
2	16	66.7	20	83.3

Figura 8. Gráfico de barras del indicador 6



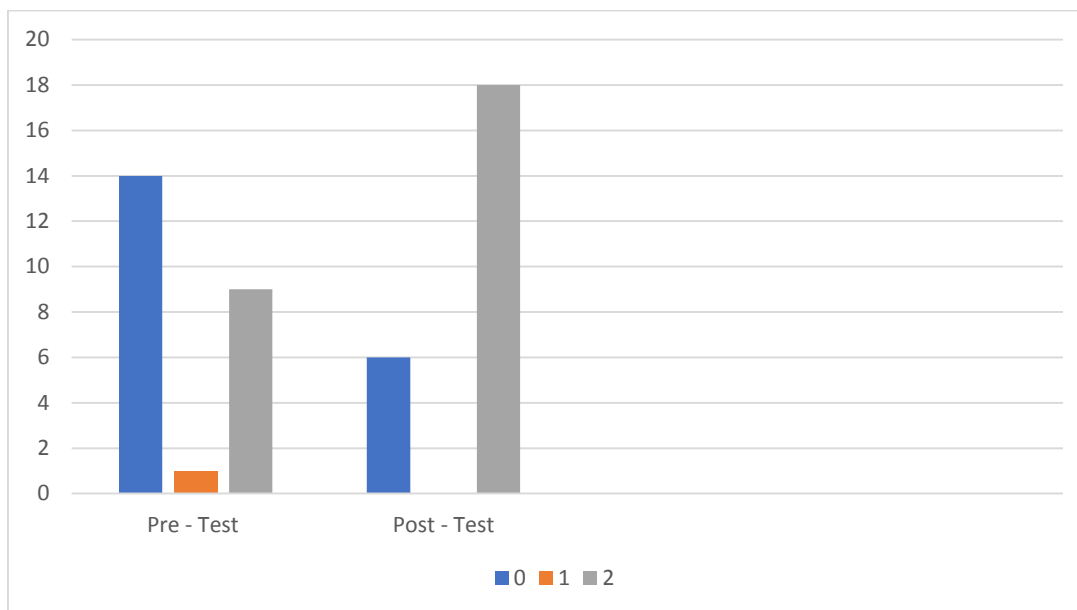
En el indicador resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando cualquiera de los tres métodos: por sustitución, por igualación o por reducción, al inicio de la experiencia el 66.7% se ubicó en el puntaje 2, después de la experiencia el 83.3% logro el puntaje máximo. En el puntaje 1 se incrementó en 4.2%. En el puntaje 0 disminuyo de 33.3% a 12.5%, es decir, en 20.8%, siendo favorable.

Tabla 10

Indicador 7

Puntaje	<i>Pre - Test</i>		Post – Test	
	<i>f</i>	%	<i>f</i>	%
0	14	58.3	6	25
1	1	4.2	0	0
2	9	37.5	18	75

Figura 9. Gráfico de barras del indicador 7



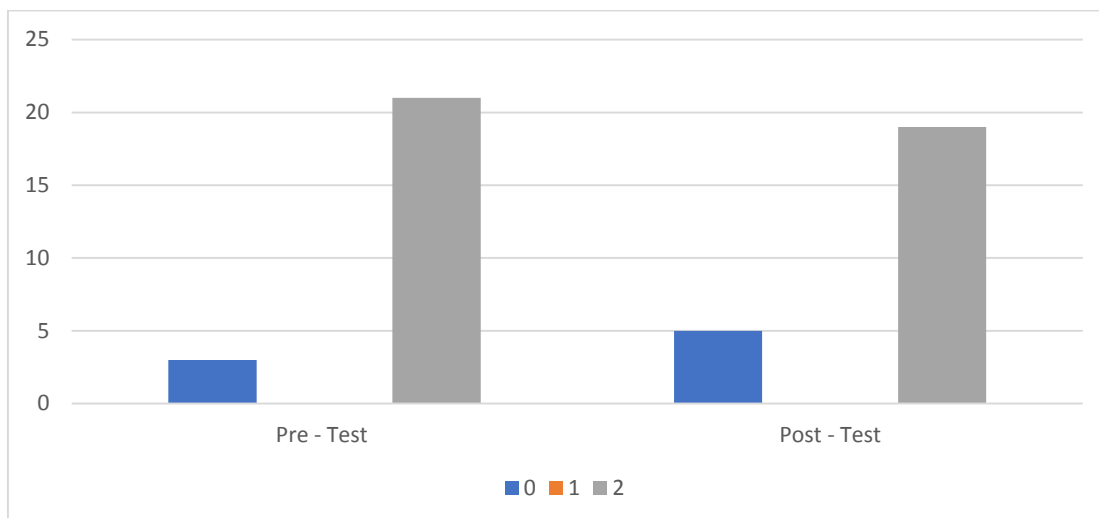
En el indicador plantea un sistema de ecuaciones lineales a partir de la solución dada. Al inicio de la experiencia el 37.5% se ubicó en el puntaje 2, después de la aplicación de GeoGebra el 75% logro el máximo puntaje. En el puntaje 0 disminuyo de 58.3% a 25%, es decir un 33.3%, siendo favorable

Tabla 11

Indicador 8

Puntaje	<i>Pre - Test</i>		<i>Post - Test</i>	
	<i>f</i>	<i>%</i>	<i>f</i>	<i>%</i>
0	3	12.5	5	20.8
1	0	0	0	0
2	21	87.5	19	79.2

Figura 10. Gráfico de barras del indicador 8



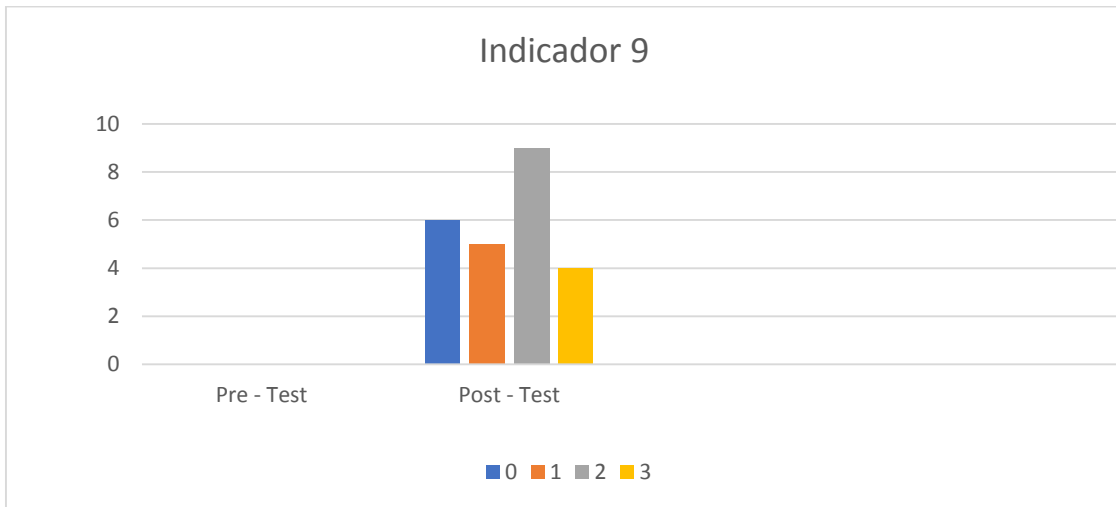
En el indicador redacta un enunciado verbal para dicha situación problemática. Al inicio de la experiencia el 87.7% se ubicó en el puntaje 2, después de la experiencia el 79.2%, es decir disminuyó un 8.5% que no logró el puntaje máximo.

Tabla 12

Indicador 9

Puntaje	<i>Pre - Test</i>		<i>Post - Test</i>	
	<i>f</i>	<i>%</i>	<i>f</i>	<i>%</i>
0	0	0	6	25
1	0	0	5	20.8
2	0	0	9	37.5
3	0	0	4	16.7

Figura 11. Gráfico de barras del indicador 9



En el indicador resuelve un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas que requiera transformaciones previas y clasifica dicho sistema, para determinados valores de k . al inicio de la experiencia el 0% se ubicó en el puntaje 3, después de la aplicación del GeoGebra el 16.7% logro el máximo puntaje. En el puntaje 2 se incrementó en 37.5%. En el puntaje 1 se incrementó en 20.8%. Puntaje 0, solo el 25% del total de alumnos no respondió dicho indicador.

IX. CONCLUSIONES

Analizando los gráficos y las medidas de tendencia central: media, mediana y moda

	Prueba de entrada	Prueba de salida
Media	8.75	13.5
Mediana	7.5	13.6
Moda	8.125	13.9

Se puede ver una mejoría considerable en la media del 54.3% de incremento después de la aplicación de la prueba, en la mediana del 81.3% de incremento después de la aplicación del GeoGebra y en la moda del 71.1% de incremento después de la aplicación del programa GeoGebra, siendo favorable en el aprendizaje y motivación de los estudiantes en el contenido matemático de sistemas de ecuaciones lineales.

Cuadro comparativo de las capacidades (indicadores) trabajadas en la prueba de entrada (Pre – Test) y prueba de salida (Post-Test), respectivamente. Donde podemos apreciar en las gráficas, una mejora significativa al aplicar el proyecto educativo, con el uso del programa GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas en la competencia de resuelve problemas de equivalencia, regularidad y cambio.

Después de la aplicación del programa GeoGebra, se mejora en las tres capacidades trabajadas en el proyecto:

En la capacidad de Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas hubo un incremento del 40.8%

En la capacidad de uso de estrategias y procedimientos un incremento del 78.3%

En la capacidad de traducir datos y condiciones a expresiones matemáticas un incremento del 95.2%

La utilización del software GEOGEBRA desempeñó un rol destacado en el desarrollo de las construcciones dinámicas, dado que al trabajar con las diversas opciones que ofrece el programa para el desarrollo de las situaciones de equivalencia, cambio y regularidad, los estudiantes lograron movilizar dichas nociones de forma natural, entendiendo el concepto, funciones y elementos del mismo.

El despliegue entre los Registros de Representaciones Semióticas de índole verbal, algebraica y gráfica por medio del software y las situaciones de aprendizaje permitieron que los estudiantes resolvieran problemas de equivalencia, regularidad y cambio de manera natural y espontánea.

Se logró incrementar las competencias cognitivas de los estudiantes al brindarles la posibilidad de crear una mayor cantidad de representaciones semióticas en el tema de sistemas de ecuaciones lineales en situaciones de aprendizaje significativo.

Se elevó la motivación por las secuencias de actividades realizadas y una modificación pertinente en la calidad de las tareas realizadas, de esta forma se desarrolló las competencias de aprendizaje que se esperaba que lograran los estudiantes.

Los estudiantes evidenciaron haber logrado habilidades y destrezas en la utilización del GEOGEBRA de forma eficaz a través de las opciones y funciones que proporciona el programa.

La mediación del software GEOGEBRA repercute en el aprendizaje de situaciones de equivalencia, regularidad y cambio, dado que facilita el diseño y despliegue de diversas estrategias de solución frente a los problemas planteados.

X. BIBLIOGRAFÍA

Bello, J. (2013). Mediación del software GEOGEBRA en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria (tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperada de: <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2289/Trabajo.pdf?sequence=45>

Carrillo, A. (2010). GEOGEBRA. Un recurso imprescindible en el aula de matemáticas. *UNIÓN*, 23, (s/n), 201-210. Recuperado de: <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2289/Trabajo.pdf?sequence=60>

Díaz, F. & Hernández, G. (2003). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. D.F.:Mc Graw Hill

Duval, R. (1995). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali: Universidad del Valle. Recuperado de: https://www.google.com/search?q=Duval+1995&source=lnms&sa=X&ved=0ahUKEwiu7PX4_DbAhUOvVMKHW9fBu0Q_AUICSgA&biw=1440&bih=862&dpr=1#SEP

Eggen, P. & Kauchak, D. (2015). *Estrategias docentes: Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento*. D.F: Fondo de Cultura Económica.

Espina, P. & Santana, N. (2015). II Encuentro GEOGEBRA Canarias. *NÚMEROS*, 89 (s/n), 137-148. Recuperado de: <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2289/Trabajo.pdf?sequence=48>

Espinoza, B. P. (2016). Base media del trapecio y aprehensiones en el registro figural : una secuencia didáctica con el uso del geogebra con estudiantes del nivel secundario (tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperada de: <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/6745>

Flores, J. (2015). Génesis instrumental: el caso de la función cuadrática. *UNIÓN*, 41 (s/n), 57-67. Recuperado de: <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2289/Trabajo.pdf?sequence=56>

Freyre, M. & Mántica, A. (2017). Constatación empírica y uso de propiedades para la validación de conjeturas utilizando GEOGEBRA. *NÚMEROS*, 95 (s/n), 107-121. Recuperado de: <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2289/Trabajo.pdf?sequence=1>

Galindo, M. (2015). Efectos del software educativo en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 5 años iei. No 507- Canta (Tesis para optar el grado de magíster en educación, Universidad Peruana Cayetano Heredia). Recuperado de: <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2289/Trabajo.pdf?sequence=60>

Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2, (s/n), 11-44. Recuperado: <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2289/Trabajo.pdf?sequence=45>

Mañas, J. (2013). Utilización de las TICs en el aula. GEOGEBRA y WIRIS (Tesis de maestría, Universidad de Almería). Recuperado de: <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2289/Trabajo.pdf?sequence=67>

Ministerio de Educación del Perú (MINEDU), (2016). *Rutas de aprendizaje: ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes?* Lima: MINEDU.

Neyra, R (2013). *Aplicación de las tecnologías de información y comunicación en el aprendizaje de matemáticas en los alumnos de 4o de secundaria del colegio Santa María Marianistas” del distrito de Surco* (Tesis de licenciatura). Lima, Perú.

Lara, I. M. (2016). La parábola como lugar geométrico : una formación continua de profesores de matemáticas basada en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperada de: <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/7363>

Ojeda, V., Saldivia, F. & Maglione, D. (2017). Procesos de validación mediados por el software GEOGEBRA. Universidad Nacional de la Patagonia, s/n, 96-114. Recuperado de: <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2289/Trabajo.pdf?sequence=85>

Prieto, J., Luque, R. & Rubio, L. (2013). Cuadriláteros con GEOGEBRA. Una secuencia de formación docente en la enseñanza de la geometría con tecnologías libres. Revista de la Universidad del Zula, 9, (s/n), 76-654. Recuperado de: <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2289/Trabajo.pdf?sequence=32>

Roegiers, X. (2010). *Una pedagogía de la integración: competencias e integración de los conocimientos en la enseñanza*. D.F: Fondo de Cultura Económica.

Silva, M. (2017). Génesis instrumental del circuncentro con el uso del geogebra en estudiantes de nivel secundario (tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperada de: <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/8727>

XI. Anexos

Anexo 1 Registro de calificaciones del área de matemática

No	Apellidos y nombres del estudiante	Número y operaciones						Cambio y relaciones									
		Comprensión y uso de los números	Comprensión y uso de las operaciones					Interpretación y generalización de patrones	Comprensión y uso de igualdades y desigualdades	Comprensión y uso de las relaciones y funciones							
			Evaluación I	Evaluación I						Evaluación I	Evaluación I						
		6	1	2	3	7	8	11	4	5	9	10	12	13	14	15	16
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	
17																	
18																	
19																	
20																	
21																	
22																	
23																	
24																	
25																	
26																	
27																	
28																	
29																	
30																	
31																	
32																	
33																	
Cantidad de respuestas adecuadas		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cantidad de respuestas parciales		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cantidad de respuestas inadecuadas		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pregunta:		6	1	2	3	7	8	11	4	5	9	10	12	13	14	15	16
Cantidad de respuestas parciales		Interpreta la representación gráfica de fracciones y su representación convencional.	Deduce cantidades ausentes en operaciones incompletas apoyándose en sus algoritmos.			Resuelve situaciones problemáticas de varias etapas que implican la interpretación y el cálculo de porcentajes en diferentes contextos.		Resuelve situaciones problemáticas de una sucesión creciente con números racionales cuyo patrón de formación comprende dos operaciones.	Determina el término desconocido de una sucesión creciente con números racionales cuyo patrón de formación comprende dos operaciones.	Representa situaciones problemáticas susceptibles de ser modeladas usando sistemas de ecuaciones o inecuaciones lineales.	Interpreta un modelo cuadrático a partir de una situación contextualizada.	Interpreta el cambio entre magnitudes que se relacionan linealmente.	Interpreta un modelo cuadrático a partir de una situación contextualizada.	Interpreta un modelo cuadrático a partir de una situación contextualizada.	Interpreta un modelo cuadrático a partir de una situación contextualizada.	Resuelve situaciones problemáticas que implican modelar la relación entre dos magnitudes dadas.	

Anexo 2

Evaluación de entrada aplicada a los estudiantes del 4to de secundaria

- **AL INICIO DE PROYECTO (SIN EL USO DEL PROGRAMA GEOGEBRA)**

Nombre: _____ fecha: _____

Profesor: _____ Tiempo: 80min

INDICACIONES: Lee atentamente cada una de las preguntas y desarrolla lo que se solicita. **Se calificará ortografía, caligrafía, orden y limpieza. Cada pregunta vale 2 puntos.**

Pregunta 1: Grafica las siguientes ecuaciones: (2 puntos)

a. $y - x = 6$

b. $y = 3x - 2$

Problema 2. Considerar el siguiente sistema (2 puntos)

$$x + y = 6$$

$$y = 3x - b$$

Determina el valor de b que verifican que el sistema tenga solución (5; 1).

Pregunta 3: **ubicar** en el plano cartesiano los siguientes puntos. (2 puntos)

a. $A(-2; 3)$

b. $B(4; 2)$

c. $C(0; -1)$

d. $D(-5; 5)$

Pregunta 4: José le ofrece un negocio a Luis: en la venta del artículo A, va a ganar una comisión del 2% del precio de venta de cada artículo que logre vender y en la venta del artículo B, le ofrece 420 soles mensuales y el 1% del precio de venta por cada artículo que logre vender. ¿Cuántos artículos (A y B) tiene que vender para obtener la misma ganancia?, sabiendo que el artículo A su precio de venta es de 1800 soles y el precio de venta del artículo B es 300 soles menos.
(2 puntos)

Pregunta 5:

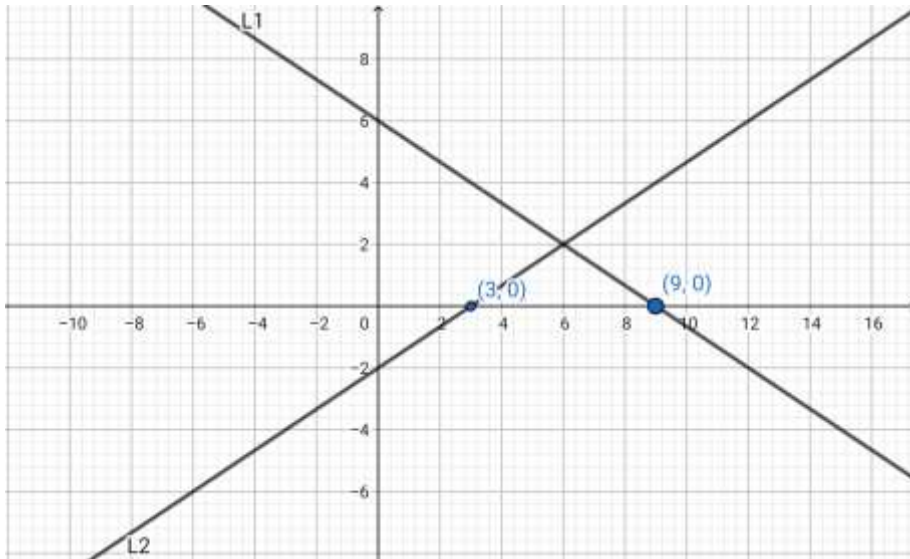
Analice cuales de las siguientes ecuaciones corresponden a tales rectas:
(3 puntos)

a. $y = \frac{36-4x}{6}$

b. $y = \frac{54+15x}{9}$

c. $y = \frac{4x-12}{6}$

d. $2y = 18 - 2x$



Pregunta 6: Dada las siguientes rectas, **halla** el punto de intersección:
(2 puntos)

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 6 \\ x - 3y &= 3 \end{aligned}$$

Pregunta 7.

Encuentra un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que tenga solución (3; 1).

(2 puntos)

Pregunta 8: Redacta un enunciado para la siguiente situación problemática. (2 puntos)

Juan dio solución a una situación problemática relacionado a la cantidad de libros que tiene en su casa y planteo la siguiente ecuación

$$2x + 3 = 15$$

Problema 9. (3 puntos)

$$\text{Si: } \begin{aligned} 9x + ky &= 9 \\ kx + y &= -3 \end{aligned}$$

Determine los valores de k para los cuales

- El sistema es incompatible.
- El sistema tiene infinitas soluciones.
- El sistema tiene solución única.

Anexo 3
Prueba de salida

NOMBRE:

FECHA:

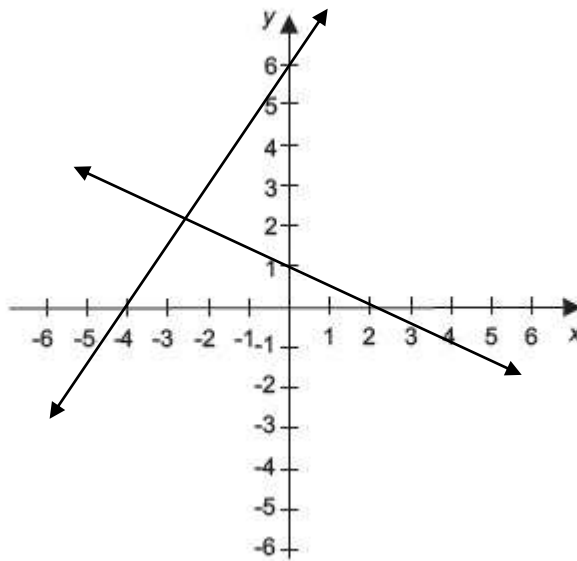
PROFESOR: Aldo Espinoza Linares
Minutos

DURACIÓN: 80

INDICACIONES: Lee atentamente cada una de las preguntas y desarrolla lo que se solicita.
Se calificará ortografía, caligrafía, orden y limpieza.

<p>1. Resolver el sistema mediante el método gráfico. (2 puntos)</p> $y + 3x = 6$ $y = 3x + 1$	<p>2. Según el sistema: (2 puntos)</p> $x + y = 5$ $y = ax - 1$
<p>3. Ubicar en el plano cartesiano los siguientes puntos. (2 puntos)</p> $M(-2; 4) \quad N(4; 2) \quad C(0; 5) \quad D(-2; 2)$	<p>4. Juan analiza las siguientes 2 ofertas mensuales para adquirir un celular que le ofrecen empresas de telefonía:</p> <p>Empresa claro: 20 centavos por minuto de llamadas nacionales</p> <p>Empresa movistar: 60 soles por el equipo celular y 10 centavos por minuto en llamada nacionales.</p> <p>Escribe una expresión matemática que represente dichas ofertas en "m" meses.</p>

5. **Determina** las ecuaciones de cada recta, según el grafico. (3 puntos)



6. **Hallar** el punto de intersección del sistema por el método de reducción, igualación o sustitución (2 puntos)

$$y = 2x + 4$$
$$3x + 2y = 12$$

7. Encuentra un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que tenga solución (5; 2). (2 puntos)

8. Redacta un enunciado para la siguiente situación problemática. Alonso resolvió un problema relacionado al número de alumnos que hay en su clase de matemática y planteo la siguiente ecuación

$$3x - 12 = 36$$

(2 puntos)

9. Si

$$4x + ky = 4$$

$$kx + y = -2$$

Determina los valores de k para los cuales:

- El sistema es incompatible
 - El sistema tiene infinitas soluciones
 - El sistema tiene solución única.
- (3 puntos)

Anexo 4

RUBRICA DE EVALUACIÓN PARA CADA PREGUNTA DE LAS PRUEBAS DE ENTRADA Y SALIDA

INDICADOR 1

Resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando el método gráfico (uso de GeoGebra).

Rubrica de evaluación:

- El alumno no identifica los comandos del programa GeoGebra para visualizar las gráficas, por lo tanto, no resuelve el sistema. (0 puntos)
- El estudiante identifica algunos comandos del programa GeoGebra, pero no identifica la solución del sistema. (1 punto)
- El estudiante identifica los comandos del programa GeoGebra y resuelve el sistema, es decir, encuentra el conjunto solución. (2 puntos)

Ejercicio 1

Resolver el sistema mediante el uso del GeoGebra. (2 puntos)

$$y + 3x = 6$$

$$y = 3x + 1$$

INDICADOR 2

Identifica el sistema de ecuaciones lineales para el cual la solución está dada con precisión.

Rubrica de evaluación:

- No identifica el sistema de ecuaciones lineales. (0 puntos)
- Identifica el sistema de ecuaciones lineales, pero no resuelve adecuadamente las ecuaciones. (1 punto)
- Identifica el sistema de ecuaciones lineales y resuelve las ecuaciones lineales y verifica su igualdad. (2 puntos)

Ejercicio 2

Según el sistema: (2 puntos)

$$x + y = 5$$

$$y = ax - 1$$

Determina el valor de "a" que verifica que el sistema tenga solución (3; 2).

INDICADOR 3

Ubica los pares ordenados en el plano cartesiano.

Rubrica de evaluación:

- No identifica las componentes de los pares ordenados.
(0 puntos)
- Identifica las componentes de los pares ordenados, pero no ubica el par ordenado adecuadamente en el plano de cartesiano.
(1 punto)
- Identifica las componentes de los pares ordenados y los ubica adecuadamente en el plano cartesiano. (2 puntos)

Ejercicio 3

Ubicar en el plano cartesiano los siguientes puntos. (2 puntos)

$M(-2; 4)$ $N(4; 2)$ $C(0; 5)$ $D(-2; 2)$

INDICADOR 4

Traduce un enunciado verbal en una expresión matemática.

Rubrica de evaluación:

- No identifica los datos del problema, por lo tanto, no traduce en expresiones matemáticas. (0 puntos)
- Identifica los datos del problema, señalando su variable respectiva, pero traduce en las expresiones matemáticas pedidas.
(1 punto)
- Identifica los datos del problema, señalando su variable respectiva, además los traduce en expresiones algebraicas. (2 puntos)

Ejercicio 4

Juan analiza las siguientes 2 ofertas mensuales para adquirir un celular que le ofrecen empresas de telefonía:

Empresa claro:

20 centavos por minuto de llamadas nacionales

Empresa movistar:

60 soles por el equipo celular y 10 centavos por minuto en llamada nacionales.

Escribe una expresión matemática que represente dichas ofertas en "m" meses.

(2 puntos)

INDICADOR 5

Obtiene la ecuación de una recta a partir de una gráfica.

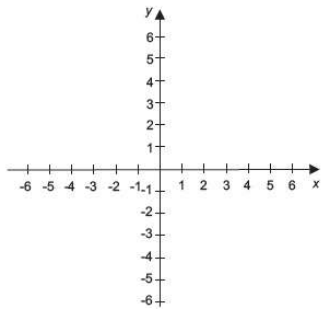
Rubrica de evaluación:

- No identifica el punto de intersección de la recta con el eje Y ni la pendiente, no obtiene la ecuación de la recta. (0 puntos)
- Identifica el punto de intersección de la recta con el eje Y o la pendiente de la recta.
(1 punto)

- Identifica el punto de intersección de la recta con el eje Y, la pendiente de la recta, pero no obtiene la ecuación de la recta. (2 puntos)
- Identifica el punto de intersección de la recta con el eje Y, la pendiente de la recta, luego obtiene la ecuación de la recta. (3 puntos)

Ejercicio 5

Determina las ecuaciones de cada recta, según el grafico. (3 puntos)



INDICADOR 6

Resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando cualquiera de los tres métodos: por sustitución, por igualación o por reducción.

Rubrica de evaluación:

- No identifica algún método de resolución para encontrar la solución en el sistema. (0 puntos)
- Identifica un método de resolución, pero lo aplica con dificultad y no resuelve el sistema. (1 punto)
- Identifica un método de resolución, lo aplica adecuadamente y resuelve el sistema. (2 puntos)

Hallar el punto de intersección del sistema por el método de reducción, igualación o sustitución (2 puntos)

$$y = 2x + 4$$

$$3x + 2y = 12$$

INDICADOR 7

Plantea un sistema de ecuaciones lineales a partir de la solución dada.

Rubrica de evaluación:

- No identifica las incógnitas del sistema, no plantea el sistema. (0 puntos)
- Identifica las incógnitas del sistema determinando una situación problemática, pero no plantea el sistema. (1 punto)
- Identifica las incógnitas del sistema determinando una situación problemática, luego plantea el sistema. (2 puntos)

Ejercicio

Plantea un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas dada una solución (5; 2). (2 puntos)

INDICADOR 8

Redacta un enunciado verbal para dicha situación problemática.

Rubrica de evaluación:

- No identifica la incógnita de la situación problemática, ni identifica las operaciones aritméticas básicas, no redacta lo pedido.
(0 puntos)
- Identifica la incógnita de la situación problemática, identifica las operaciones aritméticas básicas, pero la redacción no tiene sentido, según la ecuación planteada. (1 punto)
- Identifica la incógnita de la situación problemática, identifica las operaciones aritméticas básicas y la redacción es idónea, según la ecuación planteada.
(2 puntos)

Ejercicio

Alonso resolvió un problema relacionado al número de alumnos que hay en su clase de matemática y planteo la siguiente ecuación

$$3x - 12 = 36$$

Redacta un enunciado para la situación problemática.

(2 puntos)

INDICADOR 9

Resuelve un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas que requiera transformaciones previas y clasifica dicho sistema, para determinados valores de k.

Rubrica de evaluación:

- No identifica algún método de resolución para resolver el sistema, no determina los valores de k, no clasifica el sistema. (0 puntos)
- Identifica algún método de resolución, pero lo hace con dificultad, no determina los valores de k, ni clasifica el sistema. (1 punto)
- Identifica algún método de resolución y lo aplica adecuadamente, identifica los valores de k, pero no clasifica el sistema.
(2 puntos)
- Identifica algún método de resolución y lo aplica adecuadamente, identifica los valores de k, luego clasifica el sistema, según lo pedido.
(3 puntos)

Ejercicio 9

Si

$$4x + ky = 4$$

$$kx + y = -2$$

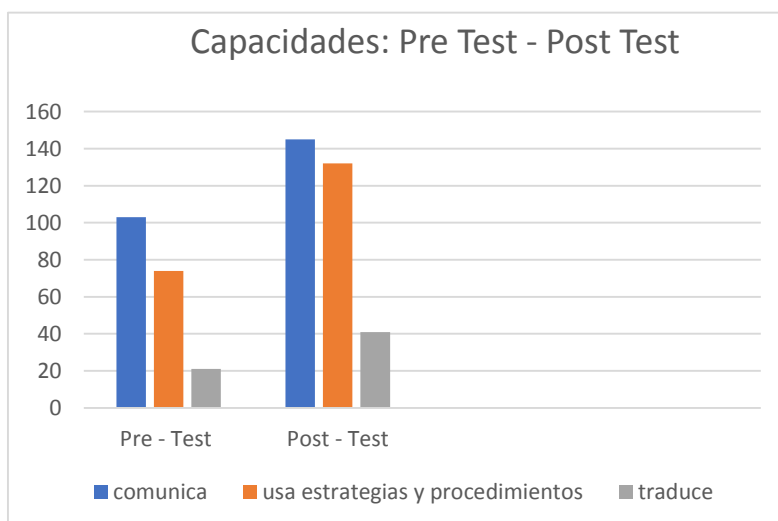
Determina los valores de k para los cuales:

- d. El sistema es incompatible
- e. El sistema tiene infinitas soluciones
- f. El sistema tiene solución única.

(3 puntos)

CAPACIDADES	INDICADORES (I)
1. Comunica su comprensión sobre relaciones algebraicas.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Ubica los pares ordenados en el plano cartesiano (I3). ➤ Obtiene la ecuación de una recta a partir de una gráfica. (I5) ➤ Plantea un sistema de ecuaciones lineales a partir de la solución dada. (I7) ➤ Redacta un enunciado verbal para dicha situación problemática. (I8)
2. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando el método gráfico. (uso de GeoGebra).(I1) ➤ Identifica el sistema de ecuaciones lineales para el cual la solución está dada con precisión. (I2) ➤ Resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando cualquiera de los tres métodos: por sustitución, por igualación o por reducción. (I6) ➤ Resuelve un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas que requiera transformaciones previas y clasifica dicho sistema, para determinados valores de k.(I9)
3. Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce un enunciado verbal en una expresión matemática. (I4)

Cuadro comparativo de las capacidades (indicadores) trabajadas en la prueba de entrada (Pre – Test) y prueba de salida (Post-Test), respectivamente. Donde podemos apreciar en las gráficas, una mejora significativa al aplicar el proyecto educativo, con el uso del programa GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas en la competencia de resuelve problemas de equivalencia, regularidad y cambio.



Anexo 6: SESIONES DE APRENDIZAJE

Institución Educativa Privada
“HIMALAYA”



**SESIÓN DE APRENDIZAJE
 MATEMÁTICA
 CUARTO DE SECUNDARIA**

I. DATOS GENERALES

- 1.1.Grado:** 4to de secundaria
 - 1.2.Bimestre:** III Bimestre
 - 1.3.Duración:** 2horas pedagógicas.
 - 1.4.Contenido:** Conociendo software educativo GeoGebra.
 - 1.5.Tutor/a:** Aldo Espinoza Linares
 - 1.6 semana 1:** 16/08/18
- II . INFORMACIÓN CURRICULAR.**

ÁREA	COMPETENCIA	CAPACIDAD	INDICADORES
Mat.	Resuelve problemas sobre regularidad, equivalencia y cambio.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Comunica ➤ Usa y elabora estrategias 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Ubica los pares ordenados en el plano cartesiano. (uso de GeoGebra) ➤ Traduce un enunciado verbal en una expresión matemática.

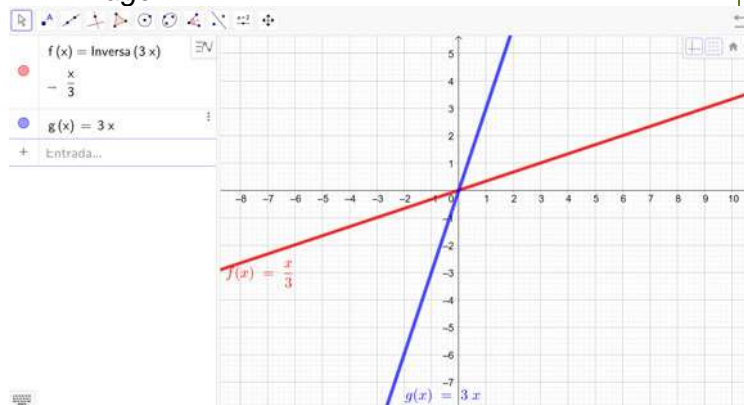
III.SECUENCIA DIDÁCTICA DE LA SESIÓN

MOMENTOS	ACTIVIDADES	RECURSOS
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> • El docente les comunica a los alumnos que van a utilizar un software educativo llamado GeoGebra para ayudarnos a entender mejor las definiciones, ejercicios y problemas en matemática y les muestra en la pantalla de su televisor la entrada inicial de GeoGebra y escribe en la vista algebraica de GeoGebra una ecuación lineal de dos variables. 	<ul style="list-style-type: none"> - Sala de computo - Software educativo GeoGebra

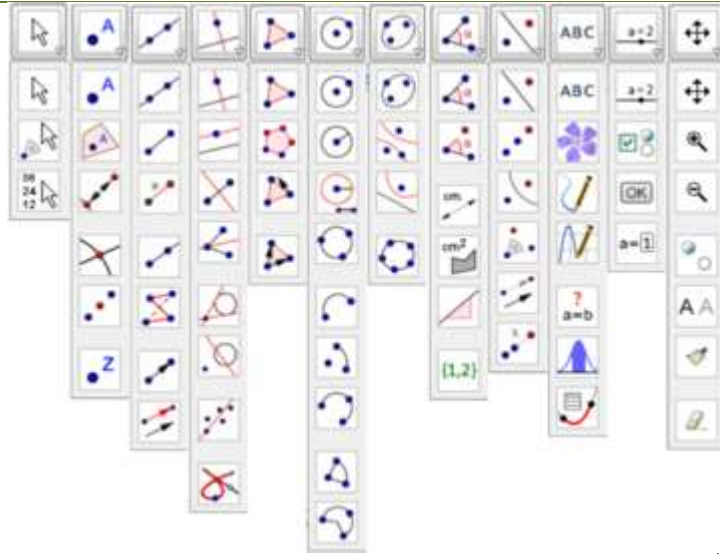
DESARROLLO

- Luego los invita a descargar en la sala de computo el software educativo GeoGebra y les indica que en el buscador de google coloquen descargar GeoGebra y que esperen un momento, mientras les va explicando que es un software libre que al descargarlo utilizando internet, ya descargado se puede utilizar con o sin internet que lo pueden descargar en sus celulares sin ningún problema (varios alumnos lo descargaron en sus celulares la siguiente clase)
- Luego el docente les va explicando que hay una vista algebraica (izquierda) y otra vista gráfica (derecha), como se muestra en la imagen 1.

Imagen 1



- Que tiene comandos que nos permiten mover las gráficas, interceptarlas, ubicar puntos, uso de deslizadores, determinar áreas, ect ayudándonos trabajar contenidos matematicos, por ejemplo: ecuaciones de la recta, funciones, sistemas de ecuaciones lineales, sistemas de inecuaciones lineales, ect.



- El docente Ahora los invita a que exploren los comandos, pero primero formas parejas con la siguiente secuencia didáctica:
 1. Se forman las parejas
 2. se presenta la tarea a desarrollar.
 3. se ponen de acuerdo en los roles para desarrollar la tarea.
 4. se ejecuta la tarea.
 5. intercambian información respecto a aciertos y errores.

- El docente les pide que ubiquen los siguientes puntos en el plano cartesiano, primero lápiz y papel, después usando GeoGebra:
 $(2,4)$, $(4,8)$, $(3,6)$, $(5,10)$, $(10,20)$

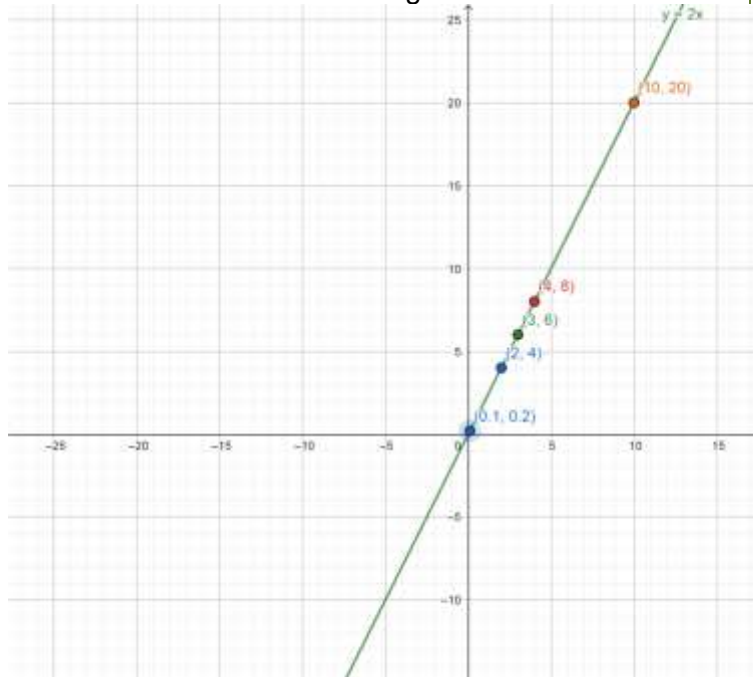
Ahora les pide que cada punto cambie de color, el docente les explica en la pizarra que comando utilizar.

Luego les pide que hallen la relación que existe entre las componentes de dichos puntos o pares ordenados.

Luego que dicha relación la representen mediante una expresión matemática de dos variables x , y , para escribir dicha expresión en vista algebraica de GeoGebra y indiquen que resuelta(la respuesta fue $Y=2x$) y todas las parejas determinan que es una recta ,ahí nace algunas preguntas de los estudiantes por ejemplo:
 profesor que sucede si el punto o par ordenado es $(30,60)$ veamos ubíquelo y a simple no se ve en la pantalla pero cuando aplicamos el comando zoom para disminuir la escala del plano

cartesiano y movemos la pantalla logramos visualizar dicho punto que con el uso de la pizarra solo haríamos un bosquejo pero no su dimensión real y luego nace otra pregunta y si el punto fuera $(0.1, 0.2)$ ubiquémoslo y dicho punto si se visualiza pues está cerca al origen pero si acercamos la pantalla vemos que la escala del plano cartesiano disminuye y podemos ver con exactitud su ubicación.

Uso de GeoGebra: vista grafica



Después de dicha actividad el docente le propone un ejercicio a cada pareja:

Ubicar los siguientes puntos en el plano cartesiano.

$(-1, 1)$, $(1, 5)$, $(3, 9)$, $(10, 23)$

Determina la expresión matemática que relaciona los componentes de cada par ordenado.

Escribe dicha expresión matemática en la vista algebraica de GeoGebra, y responde:

- ¿Qué grafica es?
- La grafica pasa por todos los puntos.
- Viendo la gráfica señala 4 puntos más que pertenezcan a dicha gráfica.
- ¿Qué tipo de ecuación se ha formado?
- ¿Qué conjunto numérico (\mathbb{R} , \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{I} o todos) pueden pertenecer los componentes de los pares ordenados que forman dicha grafica?

<p>CIERRE</p>	<p>METACOGNICIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>¿Qué hemos aprendido?</i> Muchos respondieron una nueva forma de aprender matemática, que estaban entusiasmados de utilizar el GeoGebra pues salían al laboratorio de computo, que era interactivo, que reforzaban su aprendizaje y además que lo comprobaban. <p><i>¿Qué dificultades has encontrado?</i> Utilizar algunos comandos, pero gracias a la guía del profesor aprendimos como utilizarlos. En plantear las expresiones matemáticas, es decir, encontrar la relación que existía, sobre todo en el segundo ejercicio.</p>	
<p>TRABAJO DE EXTENSIÓN</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El docente les presenta una actividad para que utilicen GeoGebra y se familiaricen con sus comandos. (Anexo 1) • El docente les deja un ejercicio como actividad para la casa les presenta un gráfico (figura 1) y les pide determinar: <ol style="list-style-type: none"> a. 4 puntos que pertenecen a dicho gráfico. b. Escribir una expresión matemática que represente dicho gráfico. 	

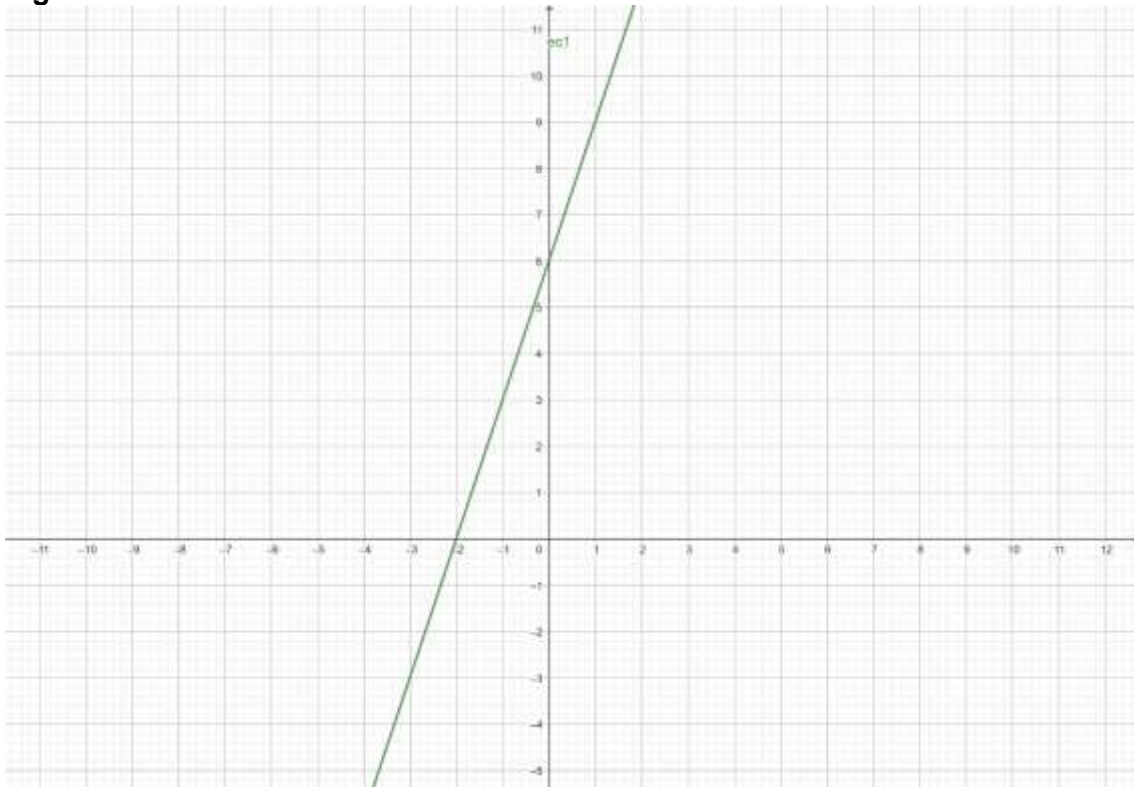
Anexo 1

Con ayuda de GeoGebra, realizar la actividad en parejas, guiados por el docente.

1. Ubicar los siguientes puntos (1,2), (-3; -5), (1/2,1), (0.5,3.5), (0.001, 0.005) en la parte algebraica, luego se ven en la parte gráfica, cambiar de color clic derecho y en configuración, se dirigen a color, también pueden aumentar o disminuir el grosor del punto.
2. Ubicar los puntos (25;10) para visualizar utilizar el comando zoom (+) y para mover el plano cartesiano el comando "mueve".
3. Ubicar los siguientes puntos: (1,3), (3,7), (7,15), $(\frac{3}{2}, 4)$ y luego escribe la expresión matemática que relaciona ambos componentes de cada punto o par ordenado.
4. Mediante el método de tabulación, determina pares ordenados o puntos que pertenecen a la siguiente ecuación lineal con dos variables, con el uso de GeoGebra:
 $2x + y = 12$
5. Escribe en la parte algebraica las siguientes ecuaciones lineales con dos variables:
 $x + y = 6$, $2x - y = 3$, y con el comando "intersección" identifica su solución, sin resolver las ecuaciones.

6. Escribe en la parte algebraica la siguiente ecuación lineal con dos variables:
 $y = ax + 2$
Escribe que sucede con la recta (grafica) en la vista grafica de GeoGebra.
El docente les explica que el comando que aparece se llama “deslizador”, que determina la inclinación de la gráfica, según los valores que va tomando “a”
Luego que sucede cuando “a” toma valores enteros negativos o enteros positivos, que sucede con su gráfica. Describe dicha situación.

Figura 1.





**SESIÓN DE APRENDIZAJE
MATEMÁTICA
CUARTO DE SECUNDARIA**

I. DATOS GENERALES

1.1.Grado: 4to de secundaria

1.2.Bimestre: III Bimestre

1.3.Duración: 4 horas pedagógicas

1.4. Contenido: Transformación de enunciados verbales a expresiones algebraicas.

1.5.Tutor/a: Aldo Espinoza Linares

1.6. Semana 2: 23-24/08/18

II . INFORMACIÓN CURRICULAR.

ÁREA	COMPETENCIA	CAPACIDAD	INDICADORES
Mat.	Resuelve problemas sobre regularidad, equivalencia y cambio.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. ➤ Comunica su comprensión sobre relaciones algebraicas. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce un enunciado verbal en una expresión matemática. ➤ Redacta un enunciado verbal para una determinada situación problemática.

III.SECUENCIA DIDÁCTICA DE LA SESIÓN

MOMENTOS	ACTIVIDADES	RECURSOS
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor da la bienvenida a sus alumnos. • Recojo de saberes previos: El docente pregunta en plenaria: ¿Qué son expresiones algebraicas?, ¿Qué es un término algebraico?, ¿Qué son términos semejantes?, el docente recoge la información de sus saberes previos para determinar que saben y que no saben respecto a las interrogantes planteadas. El 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ficha de trabajo ✓ Proyector

	<p>docente organiza y sistematiza la información, no emite juicios de valor. El docente presenta el objetivo de la clase:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Transforma o traduce enunciados verbales en expresiones algebraicas. 										
<p>DESARROLLO</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El docente les plantea un enunciado verbal que se discuta en plenaria. <ol style="list-style-type: none"> 1. En un corral existen gallinas y conejos, habiendo en total 26 cabezas y 70 patas. Con estos enunciados el docente busca en los estudiantes traducir enunciados verbales en expresiones algebraicas que nos lleven a plantear sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. • El docente resuelve el enunciado en plenaria. Por ejemplo, se les pide en dicho enunciado lo expresen algebraicamente. El docente pregunta ¿Qué me piden para hallar? ¿Qué datos me dan? ¿Qué condiciones tiene el enunciado? Me hablan de gallinas y conejos, entonces, asignamos con las variables x e y X: número de gallinas. Y: número de conejos. Me hablan de cantidad de patas, entonces, Los conejos tienen 4 patas y las gallinas 2 patas. El docente les pide que lo ayuden a llenar el siguiente cuadro: <table border="1" data-bbox="488 1279 1099 1417"> <thead> <tr> <th>Cantidad</th> <th>Cantidad de cabezas</th> <th>Cantidad de patas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Conejos</td> <td>y</td> <td>4y</td> </tr> <tr> <td>Gallinas</td> <td>x</td> <td>2x</td> </tr> </tbody> </table> <p>Datos: total 26 cabezas y 70 patas, entonces las expresiones algebraicas son:</p> $x + y = 26$ $4y + 2x = 70$ <ul style="list-style-type: none"> • El docente les entrega una ficha de trabajo (anexo 1) para que lo resuelvan en parejas con la siguiente secuencia didáctica: <ol style="list-style-type: none"> 6. Se forman las parejas 7. se presenta la tarea a desarrollar. 8. se ponen de acuerdo en los roles para desarrollar la tarea. 9. se ejecuta la tarea. 10. intercambian información respecto a aciertos y errores. 	Cantidad	Cantidad de cabezas	Cantidad de patas	Conejos	y	4y	Gallinas	x	2x	
Cantidad	Cantidad de cabezas	Cantidad de patas									
Conejos	y	4y									
Gallinas	x	2x									

	<p>El docente les pide que:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifiquen los datos y la o las incógnitas de cada enunciado. Aquí varias parejas tuvieron dificultades al momento de elegir la incógnita o incógnitas y el docente mediante preguntas fue guiando a la mejor decisión, ¿Qué me están pidiendo en el problema?, ¿Que datos me dan?, ¿Cuál es la condición?, ¿podrías enunciar el problema de otra forma?, ¿Podría imaginarte un enunciado análogo más simple? 	
CIERRE	<p>METACOGNICIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Qué hemos aprendido? Ellos responden a reconocer los datos y las incógnitas en un enunciado y a transformar enunciados en expresiones algebraicas. ¿Qué dificultades has encontrado? Algunas parejas tuvieron dificultades en determinar las incógnitas y plantear la ecuación al inicio. 	
TRABAJO DE EXTENSIÓN	<ul style="list-style-type: none"> Al finalizar dicha actividad le pide a una pareja que voluntariamente exponga las expresiones algebraicas que determinan para cada enunciado. 	

Anexo 1

FICHA DE TRABAJO

I. Enunciados

A continuación, se presentan 8 enunciados. Para cada uno de ellos presenta una o dos expresiones algebraicas que los representen.

- En un corral existen gallinas y conejos, habiendo en total 26 cabezas y 70 patas.
 - Juan tiene 20 monedas de 2 y 5 soles respectivamente y cuya suma en dinero es de 61 soles.
 - La suma de dos números pares consecutivos es 132.
 - El perímetro de un terreno rectangular es 24m.
 - María tiene 240 soles que compra cierta cantidad de polos a 6 soles cada uno y otra cantidad de pantalones a 12 soles cada uno.
 - Del problema 5 se sabe que el número de polos que compro María representa el doble del total de pantalones.
 - Un agricultor vendió en el mercado 3 pollos y una gallina, todo por 60 soles.
 - Un día compramos 3kg de café y 6kg de azúcar por 30 soles.
- II. Redactar enunciados de una situación problemática (aplicación a la vida cotidiana) para las siguientes ecuaciones lineales.

- $3x + 4 = 6$
- $\frac{x}{2} = 8$
- $x - 5 = 20$

d. $2x - 6 = 16$

e. $2x + 1 = y$

Institución Educativa Privada

“HIMALAYA”



**SESIÓN DE APRENDIZAJE
MATEMÁTICA
CUARTO DE SECUNDARIA**

I. DATOS GENERALES

1.1.Grado: 4to de secundaria

1.2.Bimestre: III Bimestre

1.3.Duración: 4 horas pedagógicas.

1.4.Contenido: Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables: definición – métodos para resolver dichos sistemas.

1.5.Profesor : Aldo Espinoza Linares

1.6. Semana 3: 30-31/08/18

II . INFORMACIÓN CURRICULAR.

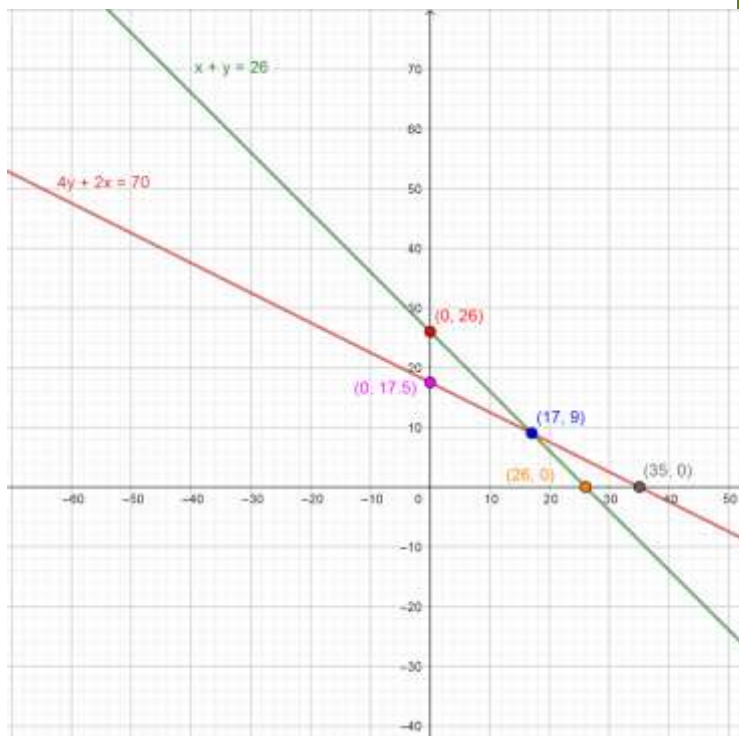
ÁREA	COMPETENCIA	CAPACIDAD	INDICADORES
Mat.	Resuelve problemas sobre regularidad, equivalencia y cambio.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. ➤ Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. ➤ Comunica su comprensión sobre relaciones algebraicas. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce un enunciado verbal en una expresión matemática. ➤ Resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando los métodos de resolución: igualación, sustitución, reducción y gráfico (utiliza el software GeoGebra). ➤ Plantea un sistema de ecuaciones lineales a partir de la solución dada.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA DE LA SESIÓN



MOMENTOS	ACTIVIDADES	RECURSOS									
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> Recojo de saberes previos: El docente presenta la situación problemática vista la semana 2, con sus respectivas expresiones algebraicas: En un corral existen gallinas y conejos, habiendo en total 26 cabezas y 70 patas. <table border="1" data-bbox="472 654 1085 792"> <thead> <tr> <th>Cantidad</th> <th>Cantidad de cabezas</th> <th>Cantidad de patas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Conejos</td> <td>y</td> <td>4y</td> </tr> <tr> <td>Gallinas</td> <td>x</td> <td>2x</td> </tr> </tbody> </table> <p>Las Expresiones algebraicas del problema son: $x + y = 26$ $4y + 2x = 70$</p> <ul style="list-style-type: none"> Se presenta el objetivo de la clase: Aprender a determinar el sistema de ecuaciones lineales. Resolver el sistema de ecuaciones lineales por 4 métodos de resolución: por reducción, por gráfico, mediante lápiz y papel, uso del GeoGebra. 	Cantidad	Cantidad de cabezas	Cantidad de patas	Conejos	y	4y	Gallinas	x	2x	Ficha de trabajo Celular GeoGebra
Cantidad	Cantidad de cabezas	Cantidad de patas									
Conejos	y	4y									
Gallinas	x	2x									
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> Con la estrategia exposición – dialogo se explica el contenido: Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, con el siguiente esquema: <ol style="list-style-type: none"> Introducción Desarrollo Explica el contenido matemático Síntesis de lo expuesto Introducción – desarrollo Se presenta las expresiones algebraicas determinadas la semana anterior: $x + y = 26$ $4y + 2x = 70$ <p>El docente le explica que al reunir ambas ecuaciones lineales estamos formando un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, cuyos coeficientes pertenecen al conjunto de los números reales. Ahora para resolver dicho sistema existen 4 métodos de resolución, los cuales son: por reducción, por sustitución, por igualación y el grafico.</p>										

	<p>Paso a exponer sus procedimientos de cada método:</p> <p>1. Método por reducción: Consiste en eliminar una incógnita sumando o restando ambas ecuaciones, teniendo en cuenta que deben de tener el mismo coeficiente. Ejemplo: Resolver $x+y=26 \dots(1)$ $4y + 2x = 70 \dots(2)$ Elegimos eliminar la letra x, multiplicamos por 2 a la ec. (1). $2x + 2y = 52 \dots(3)$ $4y + 2x = 70 \dots(2)$ Restamos (2) - (3) $2y = 18 \rightarrow y = 9$ reemplazamos en (1) $x = 17$ Conjunto solución: $\{(15; 11)\}$, es decir ,en el corral hay 11 conejos y 15 gallinas.</p> <p>2. Método grafico Resolver $x+y=26 \dots(1)$ $4y + 2x = 70 \dots(2)$</p> <p>Primero vamos a hallar los puntos de intersección con los ejes x e y. $x+y=26 . x = 0 \rightarrow y = 26 , (0; 26). y = 0 \rightarrow x = 26, (26; 0)$ $4y + 2x = 70. x = 0 \rightarrow y = 17,5 , (0; 17.5). y = 0 \rightarrow x = 35. (35; 0)$</p> <p>Ubicamos los puntos en el plano cartesiano y trazamos los gráficos (rectas) con el uso del GeoGebra, con su color respectivo, para diferencias rectas puntos y sus valores.</p>	
--	---	--

Uso del GeoGebra



- Los estudiantes resuelven una situación problemática, primero con lápiz y papel, luego con el uso de GeoGebra (anexo 1) sobre sistema de ecuaciones lineales con la estrategia de tándem (Parejas):
 1. se conforman las parejas y se establecen roles.
 2. elegir quien expone y el otro redacta las ideas.
 3. el docente explica la tarea a efectuar que será la siguiente:
 - a. Los estudiantes trabajan en la ficha de trabajo presentada tratando de dar respuestas a las interrogantes allí planteadas.
 - b. Ejecutan la tarea y la expone con el uso de GeoGebra.
 - c. El docente retroalimenta los trabajos. sacamos conclusiones.
 - d. evaluación en parejas.
- En dicha actividad el docente pudo comprobar que efectuaron la conversión de R.R.S.Verbal al R.R.S.Algebraica con lápiz y papel y la conversión R.R.S.Algebraica al R.R.S.Grafica con lápiz y papel, luego con el uso de GeoGebra.
Registros de representaciones semióticas (R.R.S)

	<p>son 4: verbal, algebraico, grafico y figural, teoría propuesta por Duval, donde los alumnos deben de transitar entre varios registros, por lo menos dos, a fin de afirmar que se aprendió un determinado contenido matemático, una situación o un proceso.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Algunas parejas tuvieron dificultad de transformar el enunciado verbal a algebraico, pero fueron guiados por el docente mediante preguntas que los ayudaran a esclarecer sus dudas. En conclusión en esta actividad los alumnos se sintieron entusiasmados al aplicar el software GeoGebra en sus celulares, pues me manifestaban que se sentían más seguros al corroboran la solución en dicho software, además de utilizar o interactuar con <p>algunos comandos como el zoom , el cambio de color de las gráficas (esto les permitía distinguir una de otra, los distintos puntos de intersección: eje x – recta , eje y – recta(grafica) , grafica -</p> <p>grafica),  el visualizar los puntos de intersección con los ejes y entre las gráficas(rectas), cuando los valores eran números decimales, enteros, ect.</p>	
<p>CIERRE</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se aplica una prueba de ensayo a las parejas. • Se monitorea el trabajo. • Se precisan ideas que deberán dar las parejas a las dos preguntas planteadas. se pide que levanten la mano aquellos que se acercaron a las respuestas. <p>METACOGNICIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>¿Qué hemos aprendido?</i> A resolver sistemas de ecuaciones lineales con método por reducción y por el método gráfico. • <i>¿Qué dificultades has encontrado?</i> Con algunos comandos de GeoGebra, pero lo superamos. 	

Anexo 1

FICHA DE TRABAJO

Actividad en parejas

1. Un día compramos 3kg de café y 5kg de azúcar a 23 soles; al día siguiente compramos 8 kg de café y 15 kg de azúcar por 65 soles. ¿Cuál es el precio de un kilo de café y cuál es el precio de un kg de azúcar?
 - a. Determina dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
 - b. Determina el sistema de ecuaciones lineales.

- c. Resuelve el sistema mediante el método por reducción y el método gráfico, este último primero, con lápiz y papel, luego con el uso de GeoGebra.

Observación:

Cuando utilices el programa GeoGebra, las gráficas tiene que ser de diferente color y colocar su valor (ecuación lineal), señalar los puntos de intersección de las gráficas con los ejes x e y, entre las rectas.

(Todos los puntos tienen que ser de distinto color)

2. Encuentra un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que tenga solución (9; 5).
3. Encuentra un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que tenga solución (3.6; 7.2).

GUÍA DE ENTREVISTA

Nombre de los integrantes: _____ fecha: _____

Leer las instrucciones:

- a. Lean las preguntas con detenimiento, antes de responderlas.
- b. Lean de nuevo el trabajo antes de entregarlo.
- c. ¿Entiendes las preguntas? si tienes dudas pregunta al profesor.
1. ¿Define con tus propias palabras sistema de ecuaciones lineales?

2. ¿Cuál es método de resolución que mejor te acomodas para resolver sistemas?
¿Por qué?



**SESIÓN DE APRENDIZAJE
MATEMÁTICA
CUARTO DE SECUNDARIA**

I. DATOS GENERALES

1.1.Grado: 4to de secundaria

1.2.Bimestre: III Bimestre

1.3.Duración: 4 horas pedagógicas.

1.4.Contenido: Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables: métodos de resolución: por sustitución y por igualación.

1.5.Profesor : Aldo Espinoza Linares

1.6. Semana 4: 5-6/09/18

II . INFORMACIÓN CURRICULAR.

ÁREA	COMPETENCIA	CAPACIDAD	INDICADORES
Mat.	Resuelve problemas sobre regularidad, equivalencia y cambio.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. ➤ Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. ➤ Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce enunciado verbal que presenta situaciones problemáticas a expresiones algebraicas que emplee ecuaciones lineales con dos variables. ➤ Resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando los métodos de resolución: igualación, sustitución y gráfico (utiliza el software GeoGebra). ➤ Plantea un sistema de ecuaciones lineales a partir de la solución.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA DE LA SESIÓN

MOMENTOS	ACTIVIDADES	RECURSOS
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> El profesor saluda a los estudiantes y les pregunta: ¿Qué actividades realizamos la clase anterior?, ¿Qué lograron aprender? Los estudiantes responden con una lluvia de ideas y el docente escribe en la pizarra las más importantes. El profesor repasa algunos comandos a utilizar del programa GeoGebra en el proyector (Tv) en plenaria. 	Ficha de trabajo GeoGebra Celular
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> El docente explica los métodos de resolución: por sustitución y por igualación para resolver un sistema: <ol style="list-style-type: none"> Método por sustitución: consiste en despejar una variable en una de las ecuaciones y luego reemplazarla en la otra ecuación. ejemplo: resolver el sistema $2x + y = 12 \dots (1)$ $3x - 2y = 4 \dots (2)$ Procedimiento: elegimos despejar "y" en la ecuación (1), tenemos $y = 12 - 2x$, reemplazamos en valor de "y" en la ecuación (2) $3x - 2(12 - 2x) = 4 \rightarrow 3x - 24 + 4x = 4 \rightarrow 7x = 28 \rightarrow$ $x = 4$ reemplazamos en (1): $2(4) + y = 12 \rightarrow y = 4$, $C.S = \{(4; 4)\}$ Método de igualación: consiste en despejar una variable en las dos ecuaciones y luego igualar ambas ecuaciones despejadas. Ejemplo: Resolver el sistema $2x + y = 12 \dots (1)$ $3x - 2y = 4 \dots (2)$ Procedimiento: despejamos la variable "y" en ambas ecuaciones (1) , (2): $y = 12 - 2x$, $y = \frac{3x - 4}{2}$ Luego $12 - 2x = \frac{3x - 4}{2} \rightarrow 24 - 4x = 3x - 4 \rightarrow 28 = 7x \rightarrow 4 = x \rightarrow$ $y = 12 - 2(4) = 4$. $C.S = \{(4; 4)\}$. Luego de despejar las dudas, les pide que resuelvan de forma individual, dos sistemas, aplicando ambos métodos por separado, guiados por el docente. 1. Resolver: 	

	$\begin{cases} x + y = 5 \dots (1) \\ 2x - y = 7 \dots (2) \end{cases}$ <p>2. Resolver:</p> $\begin{cases} x + y = 8 \dots (1) \\ 2x + 3y = 20 \dots (2) \end{cases}$ <p>En esta actividad, algunos alumnos tuvieron dificultades al despejar las variables x e y en la segunda ecuación, el docente les recordó las operaciones inversas al momento de cambiar de lugar de la igualdad cualquier número. Luego, El profesor les pide que formen parejas que vamos a desarrollar una ficha de trabajo con una situación problemática, (anexo 1), y que respondan las preguntas, cualquier duda que levanten la mano y los guiare.</p>	
CIERRE	<p>METACOGNICIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Qué hemos aprendido? Los métodos de resolución: por sustitución y por igualación. ¿Qué dificultades has encontrado? Al principio en despejar la incógnita en cada ecuación. 	
TRABAJO DE EXTENSIÓN	<ul style="list-style-type: none"> El docente deja 3 sistemas para resolver en casa, utilizando los 4 métodos de solución aprendidos, y que imprimen los gráficos obtenidos con GeoGebra. (anexo 2) 	

Anexo 1

Actividad en parejas

1. Situación problemática 1

María pago para pintar su carro 240 soles y pagó con billetes de s/.20 y s/.50. Si entregó 9 billetes, ¿Cuántos billetes de 50 soles utilizo para pagar?

- Determina un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas para el problema.
- Resolver el sistema por los métodos: por sustitución, por igualación y por el método gráfico, primero lápiz y papel, después usando el programa GeoGebra.
- Interpreta la solución del problema mediante una exposición.

2. Encuentra un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que tenga solución (4; 1).

Anexo 2

Actividad para la casa

1) **Resolver** los siguientes sistemas:

1.

$$\begin{cases} x + 2y = 12 \\ 3x + 6y = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 12 \\ 3x - 2y = \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} x + 2y = 12 \\ 3x + 6y = 32 \end{cases}$$



**SESIÓN DE APRENDIZAJE
 MATEMÁTICA
 CUARTO DE SECUNDARIA**

I. DATOS GENERALES

- 1.1.Grado:** 4to de secundaria
- 1.2.Bimestre:** III Bimestre
- 1.3.Duración:** 4 horas pedagógicas.
- 1.4.Contenido:** Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables: Posiciones de dos rectas, según su conjunto solución.
- 1.5.Profesor :** Aldo Espinoza Linares
- 1.6. Semana 5:** 12-13/09/18

II . INFORMACIÓN CURRICULAR.

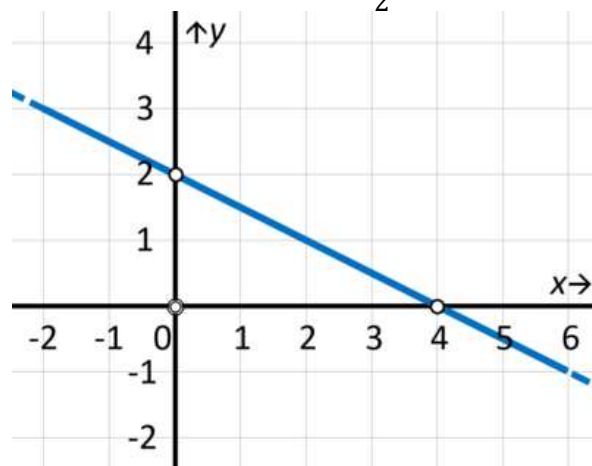
ÁREA	COMPETENCIA	CAPACIDAD	INDICADORES
Mat.	Resuelve problemas sobre regularidad, equivalencia y cambio.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. ➤ Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. ➤ Comunica su comprensión sobre relaciones algebraicas. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce enunciado verbal que presenta situaciones problemáticas a expresiones algebraicas que emplee ecuaciones lineales con dos variables. ➤ Resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando el método gráfico, con lápiz y papel, luego utiliza el software GeoGebra y clasifica dicho sistema. ➤ Plantea un sistema de ecuaciones lineales a partir de la solución dada.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA DE LA SESIÓN

MOMENTOS	ACTIVIDADES	RECURSOS
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> ✓ El profesor saluda muy cordialmente a los alumnos y les pide que le muestren la tarea que dejó la sesión anterior. ✓ les pregunta qué resultados obtuvieron al resolver los sistemas con el método gráfico (con el uso del GeoGebra). ✓ Los alumnos respondieron que sus graficas: Ejercicio 1: las rectas coincidían, es decir, soluciones infinitas Ejercicio 2: las rectas se intersecaban en un punto, es decir, solución única. Ejercicio 3: las rectas son paralelas, es decir, no hay solución. Observación: los gráficos (uso de GeoGebra) de los ejercicios están en el anexo 4. 	Cuaderno Ficha de trabajo GeoGebra Celular
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> ✓ El docente les explica con el uso del GeoGebra (anexo 4) la actividad para la casa de la semana 4, en el televisor que cuando se resuelven por el método gráfico, el sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas se visualizan tres casos, según la posición de sus graficas: <ol style="list-style-type: none"> 1. Rectas coincidentes: infinitas soluciones. (sistema compatible indeterminado). Ejercicio 1 2. Rectas que se intersecan en un punto: solución única (sistema compatible determinado). Ejercicio 2 3. Rectas paralelas: no hay solución (sistema incompatible). Ejercicio 3 <p style="margin-left: 20px;">Es decir</p> <div style="margin-left: 40px;"> <pre> graph TD Sistema --> Compatible Sistema --> Incompatible["Incompatible: no hay solución (rectas paralelas)"] Compatible --> Determinado["Determinado: única solución. (las rectas se interceptan en un solo punto)"] Compatible --> Indeterminado["Indeterminado: soluciones infinitas (rectas coincidentes)"] </pre> </div> 	

- El docente les hace conexión con ecuaciones de la recta (Geometría analítica), cuando dos rectas son paralelas, tienen igual pendiente. ahora veamos: La ecuación principal de la recta es: $y = mx + b$, donde "m" es la pendiente y b es la intersección de la recta con el eje y. ahora si m es negativo, la pendiente se inclina hacia la izquierda y si m es positivo, la pendiente se inclina hacia la derecha. veamos un ejemplo: Ejemplo: Graficar

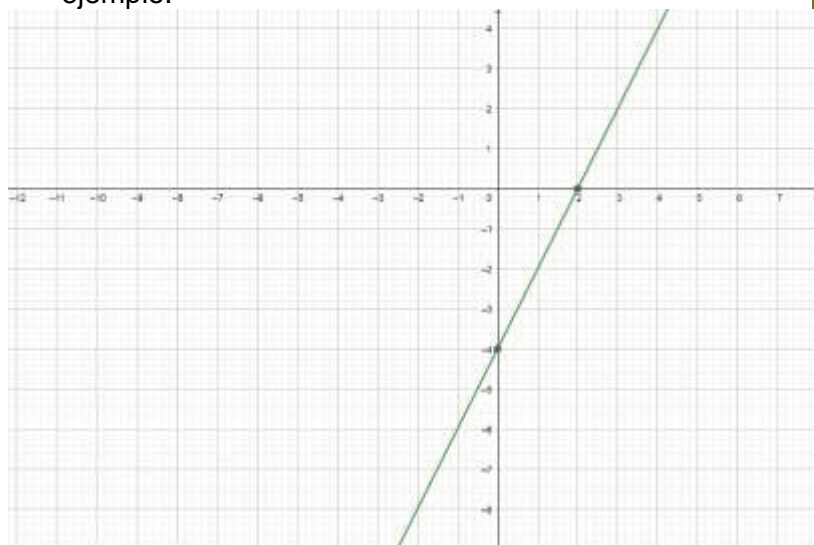
$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$



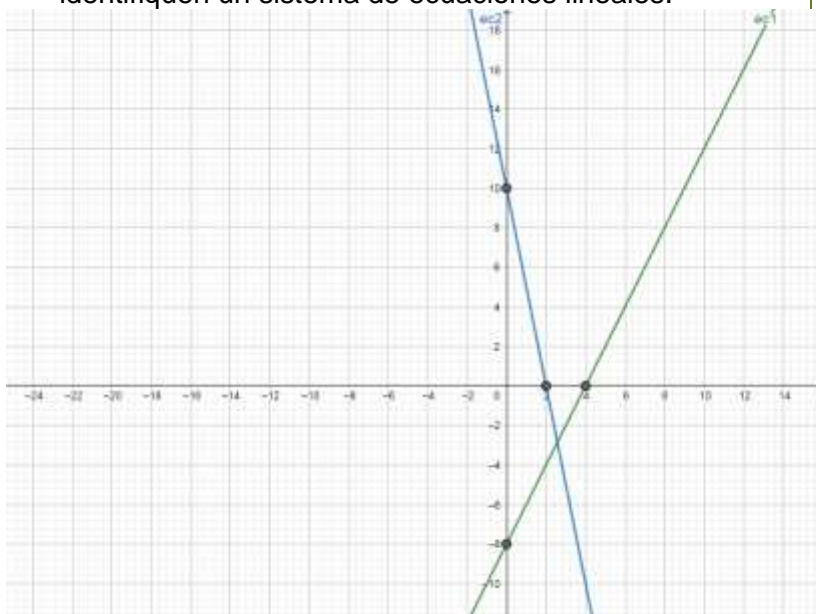
Les explico que en este ejercicio la pendiente "m" es negativa entonces la recta se inclina hacia la izquierda y la intersección con el eje y es +2 unidades hacia arriba en dicho eje, y además el cálculo de la pendiente de una recta, conociendo dos puntos que pertenecen a recta:

Si la recta L pasa por los puntos $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$ entonces su pendiente se calcula:

$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, que el docente explico con ayuda del siguiente ejemplo:



Según el gráfico la recta pasa por los puntos (0;-4) y (2;0), luego la pendiente es: $\frac{0-(-4)}{2-0} = 2$. Y siendo la pendiente positiva, se inclina hacia la derecha. Luego el docente les pide que determinen la ecuación de recta a partir de sus gráficos en los siguientes ejercicios e identifiquen un sistema de ecuaciones lineales:



- El docente les propone una actividad individual con el uso del GeoGebra van a graficar las siguientes ecuaciones lineales con dos variables (rectas). Graficar las siguientes ecuaciones lineales usando los celulares (GeoGebra)

$$y = 2x + 1, \quad y = -2x + 1, \quad y = 3x - 2, \quad y = -3x - 2$$
 El docente les pregunta ¿Si la pendiente es positiva o negativa hacia donde se inclina la recta respectivamente? ¿en qué punto se intercepta la recta con el eje y?
 Los estudiantes sacan las mismas conclusiones que el profesor, señaladas anteriormente.
 Luego les propone que resuelvan mediante el método gráfico, el siguiente sistema. En parejas, con lápiz y papel, luego con el uso del GeoGebra, con la estrategia de tándem (Parejas):
 4. se conforman las parejas y se establecen roles.
 5. elegir quien expone y el otro redacta las ideas.
 6. el docente explica la tarea a efectuar que será la siguiente:
 - e. Los estudiantes trabajan en la ficha de trabajo presentada tratando de dar respuestas a las interrogantes allí planteadas.
 - f. Ejecutan la tarea y la expone con el uso de GeoGebra.
 - g. El docente retroalimenta los trabajos. sacamos

	<p>conclusiones.</p> <p>h. evaluación en parejas.</p> <p>Resolver</p> $3y + 6x = 5$ $y + 2x = 7$ <p>Responde:</p> <ol style="list-style-type: none"> Hacia donde se inclinan ambas rectas Hay solución en el sistema Qué tipo de sistema es: <p>Les pide a algunas parejas que expongan sus resultados.</p> <p>Siendo la respuesta en las parejas escogidas que no hay solución en el sistema porque las rectas son paralelas</p> <ul style="list-style-type: none"> El docente les propone dos situaciones problemáticas para resolver. (Anexo 1) 	
CIERRE	<p>METACOGNICIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Qué hemos aprendido? Posiciones relativas de dos rectas en el método de resolución: grafico. ¿Qué dificultades has encontrado? Cuando las rectas tenían infinitas soluciones, pues ambas ecuaciones eran proporcionales. Para ello el docente explico con ayuda del programa GeoGebra, el método gráfico, las posibles soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas. Dio como ejemplo la siguiente ecuación: $2x + 3y = 6$ Escribió la ecuación en la vista algebraica de GeoGebra y ubico puntos que pertenecían a la recta (anexo 2) pues los puntos pertenecían a la ecuación para ello , les pidió a los estudiantes que reemplacen los puntos en la ecuación inicial, para ver si satisfacían la igualdad y luego les propuso que ellos buscaran otros puntos que satisfagan la ecuación con ayuda de sus celulares y el GeoGebra, mediante el método de tabulación, dándole cualquier valor a x, para luego encontrar el valor de y, reemplazando en la ecuación inicial. El docente les presenta graficas a los estudiantes y ellos tienen que determinar su ecuación. 	
TRABAJO DE EXTENSIÓN	<ul style="list-style-type: none"> El docente finaliza la actividad e invita a las parejas a presentar sus resultados y a socializar sus respuestas. El docente dejo de tarea para la casa, 3 ejercicios propuestos para que practicasen los métodos de resolución aprendidos. (Anexo 3) 	

FICHAS DE TRABAJO

Anexo 1

Actividad en parejas:

- I. Resuelve cada situación problemática traduciendo a expresiones algebraicas, luego mediante el método gráfico, primero con lápiz y papel, luego usando tu celular (GeoGebra), traza las gráficas y ubica los puntos de intersección e interpreta la solución.
 1. En una tienda de antigüedades, dos sillas y tres sofás cuestan 700 soles. Tres sillas y cinco sofás cuestan 1000 soles. ¿Cuánto cuesta una silla? ¿y un sofá?
 2. Un agricultor vendió 3 patos y un cerdo, todo por 50 soles. Al día siguiente, vendió 6 patos y 2 cerdos por 100 soles. ¿Cuál es el precio de cada tipo de animal?
- II. Encuentra un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que tenga solución (2; 3).
- III. Considerar el siguiente sistema
$$\begin{aligned}x + y &= 7 \\ y &= 3x - b\end{aligned}$$
Determina el valor de b que verifican que el sistema tenga solución (6; 1).

IV. Considerar el siguiente sistema

$$x + y = 9$$

$$y = ax - 6$$

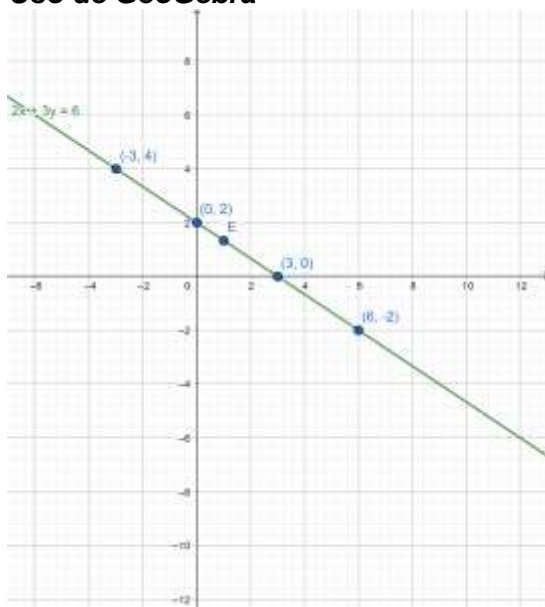
Determina el valor de a que verifican que el sistema tenga solución (5; 4).

Anexo 2:

Se utilizó GeoGebra, para puedan observar que existen muchas soluciones para dicha ecuación. Resolver: $2x + 3y = 6$

Tiene infinitas soluciones, algunas soluciones se observan en las gráficas, los cuales son los puntos o pares ordenados: (-3,4), (0,2), (3,0), E (1,1.333...) ect.

Uso de GeoGebra



Anexo 3

I. Dada las siguientes rectas, **halla** el punto de intersección:

1.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$$

2.

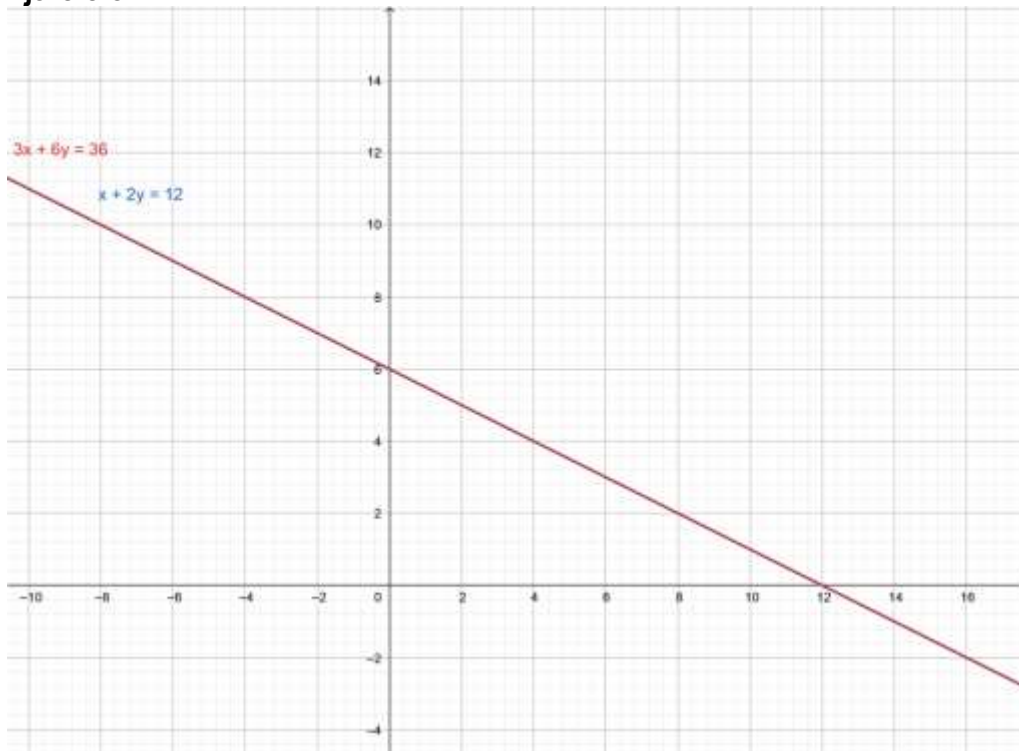
$$\begin{cases} y + 3x = 7 \\ y = 3x + 1 \end{cases}$$

3. Encuentra un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que tenga solución (2; 3).

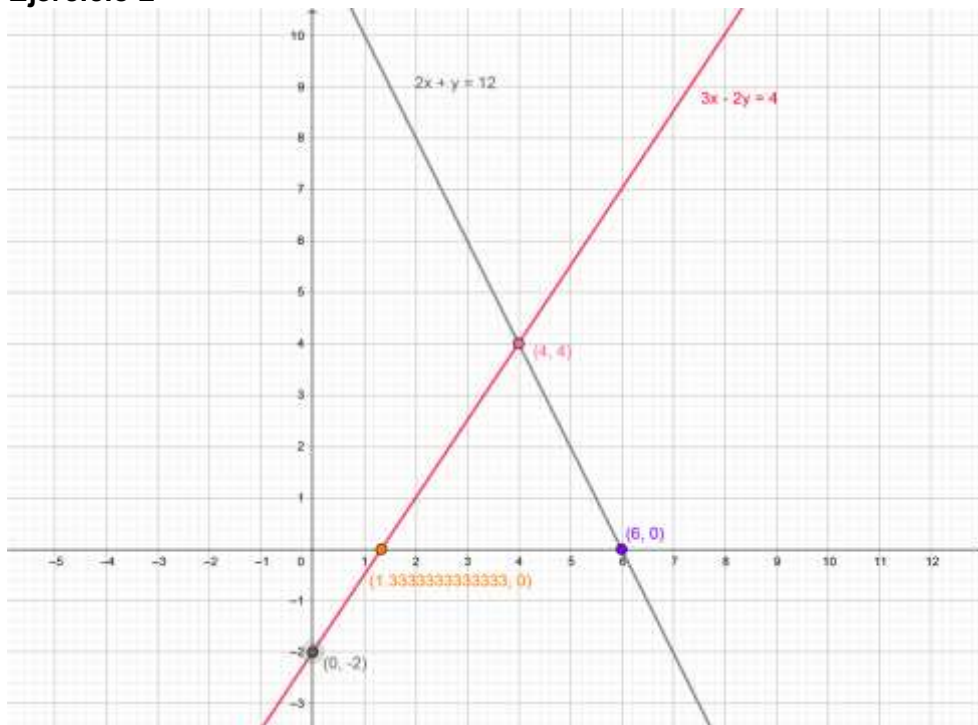
Anexo 4

Resolución de la tarea (semana 4), método gráfico, uso de GeoGebra. Clasificación de sistemas de ecuaciones lineales, según tipo de solución.

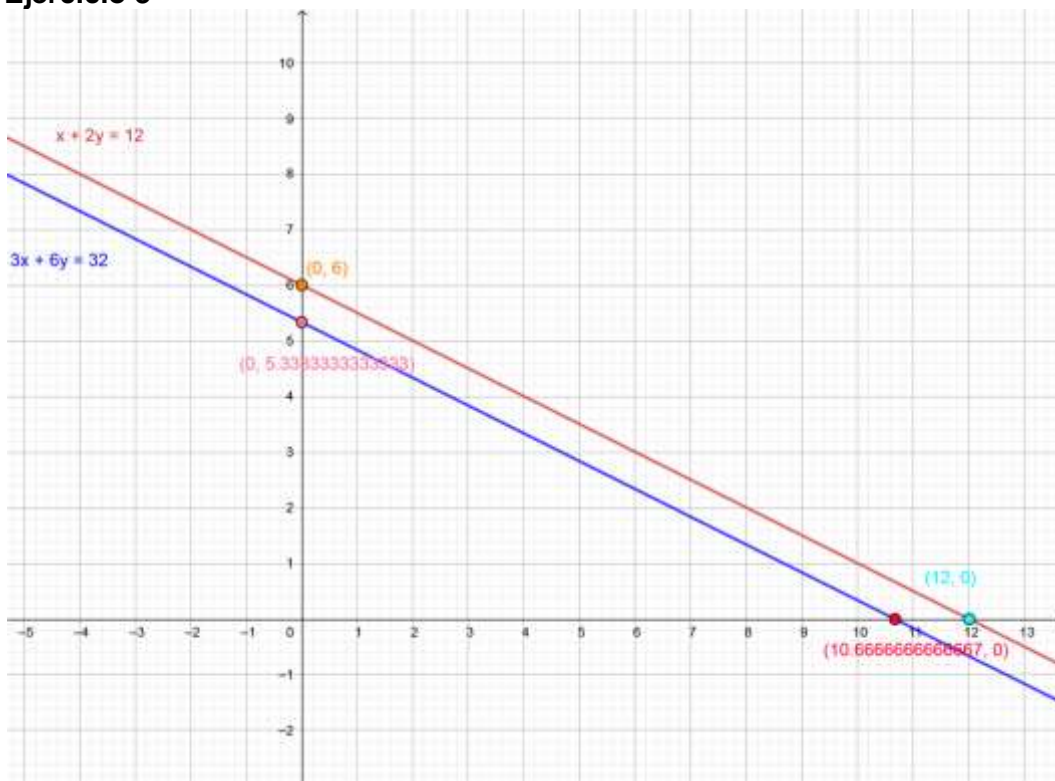
Ejercicio 1



Ejercicio 2



Ejercicio 3





**SESIÓN DE APRENDIZAJE
MATEMÁTICA
CUARTO DE SECUNDARIA**

I. DATOS GENERALES

- 1.1.Grado:** 4to de secundaria
- 1.2.Bimestre:** III Bimestre
- 1.3.Duración:** 4 horas pedagógicas.
- 1.4.Contenido:** Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables: resolviendo situaciones problemáticas y el uso del deslizador (comandos) con GeoGebra.
- 1.5. Profesor:** Aldo Espinoza Linares
- 1.6. Semana 6:** 19-20/09/18

II . INFORMACIÓN CURRICULAR.

ÁREA	COMPETENCIA	CAPACIDAD	INDICADORES
Mat.	Resuelve problemas sobre regularidad, equivalencia y cambio.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. ➤ Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. ➤ Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce enunciado verbal que presenta situaciones problemáticas a expresiones algebraicas que emplee ecuaciones lineales con dos variables. ➤ Resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando los métodos de resolución: igualación, sustitución, reducción y grafico (utiliza el software GeoGebra). ➤ Emplea la representación simbólica de un sistema de ecuaciones lineales para expresar otras representaciones. (uso de GeoGebra) ➤ Ubica los pares ordenados en el plano cartesiano. (uso de GeoGebra)

III. SECUENCIA DIDÁCTICA DE LA SESIÓN

MOMENTOS	ACTIVIDADES	RECURSOS
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> • El docente les da la bienvenida a los alumnos y les hace la siguiente pregunta ¿Qué recuerdan de la sesión anterior? ¿Qué interpretación se le da cuando, la graficas de un sistema, son dos rectas paralelas, dos coincidentes o se intersecan en un punto? • Los alumnos responden con una lluvia de ideas y el docente escribe en un papelografo las más importantes. es decir, la clasificación de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. A continuación: Rectas paralelas. no hay solución Rectas se intersecan en un punto. solución única Rectas coincidentes. Infinitas soluciones, el docente se ayuda con GeoGebra y el proyector para realizar la retroalimentación. 	<p>GeoGebra Ficha de trabajo Papelografo</p>
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> • El docente les propone 3 actividades, las cuales las van a desarrollar en forma individual y en parejas, guiados por el docente. (Anexo 1). con la estrategia de tándem (Parejas): <ol style="list-style-type: none"> a. se conforman las parejas y se establecen roles. b. elegir quien expone y el otro redacta las ideas. c. el docente explica la tarea a efectuar que será la siguiente: d. Los estudiantes trabajan en la ficha de trabajo presentada tratando de dar respuestas a las interrogantes allí planteadas. e. Ejecutan la tarea y la expone con el uso de GeoGebra. f. El docente retroalimenta los trabajos. sacamos conclusiones. evaluación en parejas. • El docente les pide que apliquen todo lo aprendido como los métodos de resolución, el método gráfico (el uso del GeoGebra para dar solución al problema). 	

CIERRE	METACOGNICIÓN <ul style="list-style-type: none"> • <i>¿Qué hemos aprendido?</i> Resolver situaciones problemáticas de mayor dificultad. El uso del deslizador en GeoGebra <i>¿Qué dificultades has encontrado?</i> Aplicar porcentaje, algunos no recordaban. 	
TRABAJO DE EXTENSIÓN	<ul style="list-style-type: none"> • El docente les deja de tarea para la casa, una situación problemática (Anexo 2) para resolver mediante los 4 métodos de resolución y además corroborar el método gráfico con el uso del GeoGebra. 	

FICHAS DE TRABAJO

Anexo 1

Situación problemática 1

Marcelo, siempre se comunica con sus padres, su mamá se encuentra en Arequipa y su padre en los Estados Unidos, decide utilizar dos servicios de telefonía, para hacer llamadas nacionales usa la empresa Claro, pero para llamadas internacionales la empresa Entel.

La empresa Claro le cobra 1 sol por minuto, por llamadas nacionales

La empresa Entel le cobra 2 soles por minuto, por llamadas internacionales más 60 soles mensuales.

Además, Marcelo hace un gasto mensual de 240 soles en llamadas nacionales e internacionales y el número de minutos que demora en total en llamadas nacionales e internacionales es de 90 minutos.

Trabajo individual

Responde:

- Encuentra un sistema para dicha situación problemática.
- Resuelve con el método gráfico apoyados con GeoGebra dicho sistema e interpreta su solución.

Trabajo en parejas

- a. Comparar sus soluciones obtenidas en el trabajo individual y escribir sus conclusiones.
- b. Marcelo desea saber, ¿Cuántas llamadas nacionales (no varía) y cuantas llamadas internacionales haría en cada uno de los siguientes casos?
 - I. Si el precio por minuto de llamadas internacionales es S/ 1
 - II. Si el precio por minuto de llamadas internacionales es S/ 3
 - III. Si el precio por minuto de llamadas internacionales es S/ 5

Con el uso del GeoGebra representar gráficamente las ecuaciones correspondientes a los casos I, II, III y Completar el siguiente cuadro:

Casos Si el precio por minuto de llamadas internacionales	Sistema de ecuaciones	¿Las rectas se intersecan?	Coordenadas del punto de intersección (en caso exista)
I. S/ 1			
II. S/ 3			
III. S/ 5			

- a. Según el contexto del problema, ¿En todos los casos, las coordenadas del punto de intersección dan la solución al problema? ¿Por qué?
- b. Si el precio de las llamadas internacionales puede ir aumentando o disminuyendo S/.0, 40 en S/.0, 40 ¿Qué precios conducen a la solución del problema? Explicar

ANEXO 2

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

En una granja hay 21 animales, entre gallos y perros. Si el total de esos animales es 54, **Calcule** la diferencia entre el número de gallos y perros.

- a. Determinar un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables.
- b. Resolver por los métodos de resolución: por reducción, por sustitución, por igualación y gráfico.
- c. Resolver por el método gráfico con el uso de GeoGebra.



**SESIÓN DE APRENDIZAJE
 MATEMÁTICA
 CUARTO DE SECUNDARIA**

I. DATOS GENERALES

- 1.1.Grado:** 4to de secundaria
- 1.2.Bimestre:** III Bimestre
- 1.3.Duración:** 4 horas pedagógicas.
- 1.4.Contenido:** resolviendo situaciones problemáticas en el salón de clases y luego en el laboratorio de computo.
- 1.5.Profesor :** Aldo Espinoza Linares
- 1.6. Semana 7:** 23-27/09/18

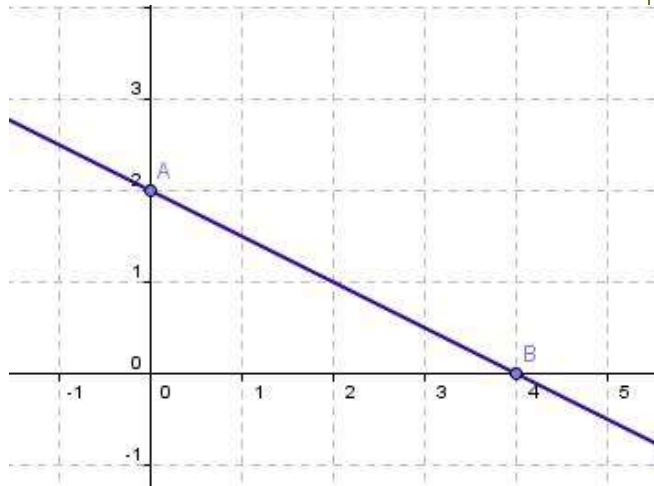
II . INFORMACIÓN CURRICULAR.

ÁREA	COMPETENCIA	CAPACIDAD	INDICADORES
Mat.	Resuelve problemas sobre regularidad, equivalencia y cambio.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. ➤ Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. ➤ Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Traduce enunciado verbal que presenta situaciones problemáticas a expresiones algebraicas que emplee ecuaciones lineales con dos variables. ➤ Resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando los métodos de resolución: igualación, sustitución, reducción y grafico (utiliza el software GeoGebra). ➤ Emplea la representación simbólica de un sistema de ecuaciones lineales para expresar otras representaciones ➤ Obtiene la ecuación de una recta a partir de una gráfica

III. SECUENCIA DIDÁCTICA DE LA SESIÓN

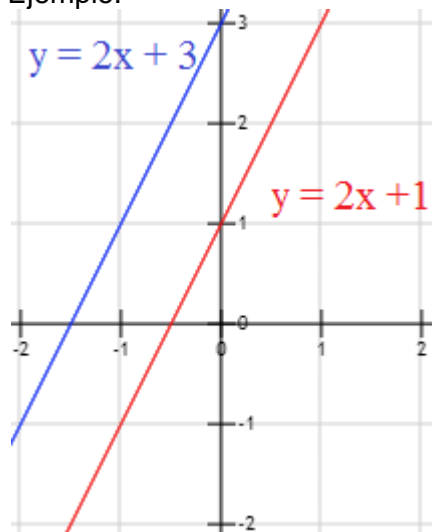
MOMENTOS	ACTIVIDADES	RECURSOS
<p>INICIO</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El docente hace un resumen de todo lo visto, en plenaria. • los alumnos acompañados del docente hacen un mapa conceptual de lo visto sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Sistemas de ecuaciones lineales Forma general de un sistema Métodos de resolución: sustitución, igualación, reducción y gráfico. El uso de programa GeoGebra, sus comandos. 	<p>Ficha de trabajo GeoGebra</p>
<p>DESARROLLO</p>	<ul style="list-style-type: none"> • En esta sesión hacemos conexión con ecuaciones de la recta y ecuación lineal con dos incógnitas. • El docente les recuerda la ecuación principal de una recta, pendiente de la recta (m), su significado. $y = mx + b$, da un ejemplo y explica que a partir de un gráfico también podemos determinar la ecuación principal de la recta. <div data-bbox="523 1196 1007 1805" data-label="Figure"> </div> <p>Por ejemplo, en el gráfico, vemos que la recta se inclina hacia la izquierda es decir su pendiente es negativa, que el intercepto con el eje y es 4, es decir $b = 4$. y la pendiente es la tangente del ángulo que forma con el eje x en el</p>	

triángulo rectángulo formado, es decir, $-4/2 = -2$, $m = -2$. Luego la ecuación principal de la recta es $y = -2x + 4$. Ahora ustedes determinen la ecuación principal del siguiente gráfico.



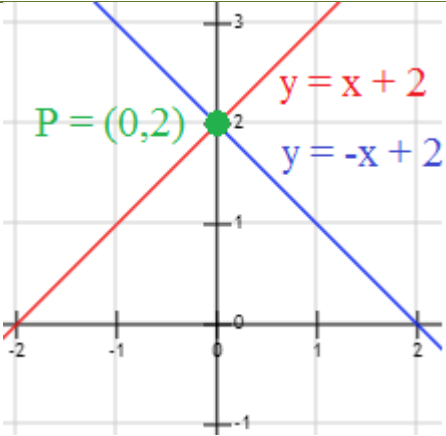
- Dos rectas son paralelas cuando tienen la misma pendiente.

Ejemplo:



Pendiente igual a 2, en ambas rectas.

- dos rectas son perpendiculares (el ángulo que forman es 90°) cuando el producto de pendientes es -1 . ejemplo:

	 <p>$m_1 = 1, m_2 = -1 \rightarrow m_1 \times m_2 = -1$</p> <ul style="list-style-type: none"> El docente les entrega una ficha de trabajo (anexo 1) para que lo resuelvan en parejas con la siguiente secuencia didáctica: <ol style="list-style-type: none"> Se forman las parejas se presenta la tarea a desarrollar. se ponen de acuerdo en los roles para desarrollar la tarea. se ejecuta la tarea. intercambian información respecto a aciertos y errores. Los estudiantes tienen que resolver con lápiz y papel y luego pasamos al laboratorio para el uso de GeoGebra. 	
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> El docente deja una actividad para la casa, donde tienen que imprimir el gráfico usando GeoGebra. Anexo 2 	

Anexo 1

Sistemas de ecuaciones lineales – ecuaciones de la recta. Primero lápiz y papel, luego uso de GeoGebra

Actividad en parejas.

1. **Resolver** el sistema mediante el método gráfico.

$$y + 2x = 4$$

$$y = 2x + 1$$

2. **Ubica** los siguientes puntos en el plano cartesiano.

$(1; 5), (-1; 7), \left(\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right), (0, 7; 5, 3)$. Luego **determina** la ecuación lineal

3. Determina

- I. Determina la pendiente en cada ecuación lineal, señala que rectas son paralelas y cuales son perpendiculares.
- II. Con el uso de GeoGebra, verifica tu resolución de I, determina los puntos de intersección con los ejes y entre las rectas, según corresponda. cualquier duda con los comandos de GeoGebra consulta al docente.

- a. $2x + y + 5 = 0$
- b. $x - 2y - 2 = 0$
- c. $3x + 6y = 5$
- d. $6x + 12y - 7 = 0$

4. Determinar el área del triángulo que determina la siguiente recta con los ejes.

$$2x + 3y = 12$$

Anexo 2

Sean las rectas:

- a) $2x + y + 1 = 0$
- b) $x - 2y - 3 = 0$
- c) $3x + 6y = 5$
- d) $9x + 18y - 5 = 0$

Responde:

1. ¿Cuáles son perpendiculares o paralelas?
2. Determina la pendiente de cada recta, e indica hacia donde se inclinan y el intercepto con el eje y.
3. Grafica usando GeoGebra e imprime las gráficas.



**SESIÓN DE APRENDIZAJE
MATEMÁTICA
CUARTO DE SECUNDARIA**

I. DATOS GENERALES

- 1.1.Grado:** 4to de secundaria
- 1.2.Bimestre:** III Bimestre
- 1.3.Duración:** 4 horas pedagógicas.
- 1.4.Contenido:** Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas con parámetros variables.
- 1.5.Profesor :** Aldo Espinoza Linares
- 1.6. Semana 8:** 3-4/10/18

II . INFORMACIÓN CURRICULAR.

ÁREA	COMPETENCIA	CAPACIDAD	INDICADORES
Mat.	Resuelve problemas sobre regularidad, equivalencia y cambio.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. ➤ Razona y argumenta generando ideas matemáticas 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Resuelve el sistema de ecuaciones lineales con parámetros variables utilizando el método gráfico con lápiz y papel, uso del software GeoGebra. ➤ Resuelve sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas que requiere de transformaciones previas y clasifica dicho sistema para determinados parámetros. ➤ Analiza y explica el razonamiento aplicado para resolver un sistema de ecuación lineal con parámetros variables.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA DE LA SESIÓN

MOMENTOS	ACTIVIDADES	RECURSOS						
INICIO	<p>El docente pide que se formen las parejas y pide que expongan las actividades dejadas la semana pasada.</p> <p>El docente les informa ahora que vamos a ver sistemas de ecuaciones lineales con parámetros variables, es decir donde hay coeficientes que no se conocen y cuál es el comportamiento de dichas gráficas y el uso del comando deslizador en GeoGebra, que hace posible que veamos la inclinación de las gráficas.</p>	<p>Ficha de trabajo</p> <p>GeoGebra</p> <p>Sala de computo</p>						
DESARROLLO	<p>El docente presenta los sistemas lineales con parámetros variables a continuación y con ayuda del proyector y el programa GeoGebra, visualizan que sucede a continuación: casos:</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td rowspan="2">Variación de un término independiente</td> <td> $4x + 6y = c$ $x + y = 18$ Donde c toma valores reales </td> </tr> <tr> <td> $4x + 6y = 21$ $x + y = c$ Donde c toma valores reales </td> </tr> <tr> <td rowspan="2">Parámetro variable</td> <td> $ax + 3y = 23$ $x + y = 18$ Donde a toma diversos valores reales. </td> </tr> <tr> <td> $2x + by = 23$ $x + y = 18$ Donde b toma diversos valores reales. </td> </tr> </tbody> </table>	Variación de un término independiente	$4x + 6y = c$ $x + y = 18$ Donde c toma valores reales	$4x + 6y = 21$ $x + y = c$ Donde c toma valores reales	Parámetro variable	$ax + 3y = 23$ $x + y = 18$ Donde a toma diversos valores reales.	$2x + by = 23$ $x + y = 18$ Donde b toma diversos valores reales.	
Variación de un término independiente	$4x + 6y = c$ $x + y = 18$ Donde c toma valores reales							
	$4x + 6y = 21$ $x + y = c$ Donde c toma valores reales							
Parámetro variable	$ax + 3y = 23$ $x + y = 18$ Donde a toma diversos valores reales.							
	$2x + by = 23$ $x + y = 18$ Donde b toma diversos valores reales.							

			$2x + 3y = 23$ $ax + y = 18$ donde a toma valores reales	
Desarrollo	<ul style="list-style-type: none"> • El docente invita a las parejas a la sala de cómputo a realizar la siguiente actividad, anexo 1, con la estrategia de tándem (Parejas): <ol style="list-style-type: none"> I. se conforman las parejas y se establecen roles. II. elegir quien expone y el otro redacta las ideas. III. el docente explica la tarea a efectuar que será la siguiente: IV. Los estudiantes trabajan en la ficha de trabajo presentada con el uso del GeoGebra, dado que sería posible visualizar el comportamiento de las gráficas en la pizarra, tratando de dar respuestas a las interrogantes allí planteadas. V. Ejecutan la tarea y la expone con el uso de GeoGebra. VI. El docente retroalimenta los trabajos. sacamos conclusiones. VII. Evaluación en parejas. <p>Donde ellos van a realizarla usando el programa GeoGebra y responder las preguntas sobre el comportamiento de las gráficas en cada sistema.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes ya en el laboratorio sacan sus conclusiones por cada ejercicio, guiados por el docente. • luego invita a algunas parejas por sorteo a exponer sus conclusiones a dicha actividad. • luego de esta actividad realizada en el laboratorio, el docente explica en la pizarra la solución, es decir el conjunto solución, de dos de los ejercicios de cómo se llega a esas conclusiones, dicha actividad en clase sin ayuda del GeoGebra no se podría apreciar el comportamiento de las gráficas, sería muy compleja y demandaría mucho tiempo de explicación, gracias a este programa se puede apreciar con facilidad su comportamiento y poder explicar dicho contenido, pues las gráficas están en movimiento (Anexo 3). 			

	<ul style="list-style-type: none"> El docente le dice que este problema lo podemos hacer algebraicamente por cualquiera de los tres métodos de resolución vistos: por reducción, por sustitución, o por igualación, y les pregunta con que método se sienten más cómodos para resolver dicho sistema, y la gran mayoría responde por sustitución, ya que una incógnita ya está despejada. <p>1. Resuelve el sistema:</p> $\begin{cases} ax + 2 = y & \dots (1) \\ 3x - y = 11 & \dots (2) \end{cases}$ <p>Para qué valor de a: El sistema es incompatible. El sistema tiene infinitas soluciones Solución única</p> <p>Lo primero a realizar es despejar la variable y, que ya está despejada en la ecuación (1) luego reemplazamos en la ecuación (2)</p> $3x - y = 11 \rightarrow 3x - (ax + 2) = 11$ $\rightarrow 3x - ax - 2 = 11 \rightarrow x(3 - a)$ $= 13 \rightarrow x = \frac{13}{3 - a}$ <p>I. Si: $a = 3$, el sistema no tiene solución</p> <p>II. Si: $a \in R - \{3\}$, no presenta solución única, el sistema presenta infinitas soluciones.</p>	
<p>TRABAJO DE EXTENSIÓN</p>	<ul style="list-style-type: none"> El docente deja para la casa dos ejercicios, para ejercitar lo aprendido en clase. Anexo 2. 	

Anexo 1

Actividad en parejas realizada con el uso de GeoGebra (uso del deslizador) con sistemas de ecuaciones lineales con parámetros variables.

Ingrese los sistemas en la vista algebraica de GeoGebra.

2. Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} ax + 2 = y \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

Para qué valor de a:

El sistema es incompatible.

El sistema tiene infinitas soluciones

Solución única

3. Según el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ y = ax - 2 \end{cases}$$

Para qué valor de a:

El sistema es incompatible.

El sistema tiene infinitas soluciones

Solución única

4. Según el sistema:

$$\begin{cases} ax + y = 6 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

Para qué valor de a:

El sistema es incompatible.

El sistema tiene infinitas soluciones

Solución única

Anexo 2.

Tarea para la casa

1. Según el sistema:

$$\begin{cases} x + y = a \\ y = x - 2 \end{cases}$$

Para qué valor de a:

El sistema es incompatible.

El sistema tiene infinitas soluciones

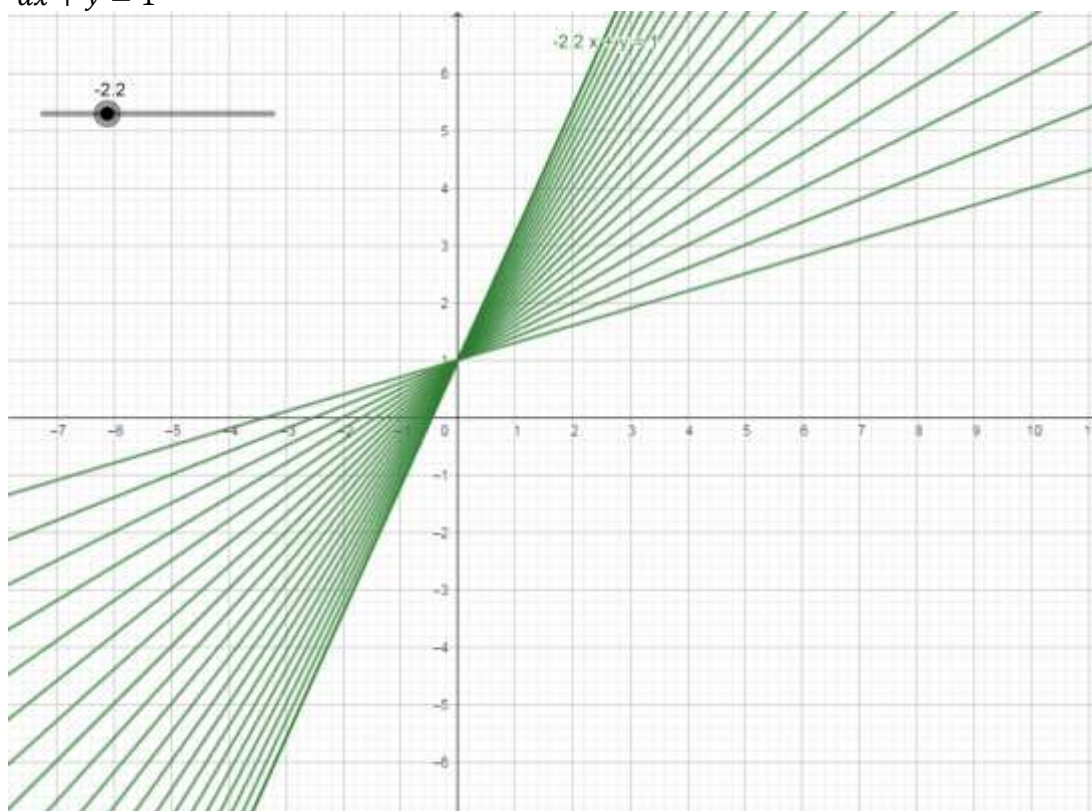
Solución única

Anexo 3

Uso del comando deslizador de GeoGebra, en la siguiente ilustración:

Para la ecuación lineal con parámetros variables:

$$ax + y = 1$$



Anexo 6: Actividades trabajadas en clase.

Trabajo en parejas: actividades donde primero tienen que resolver usando lápiz y papel y luego corroborar dicha resolución con el uso de software GeoGebra.

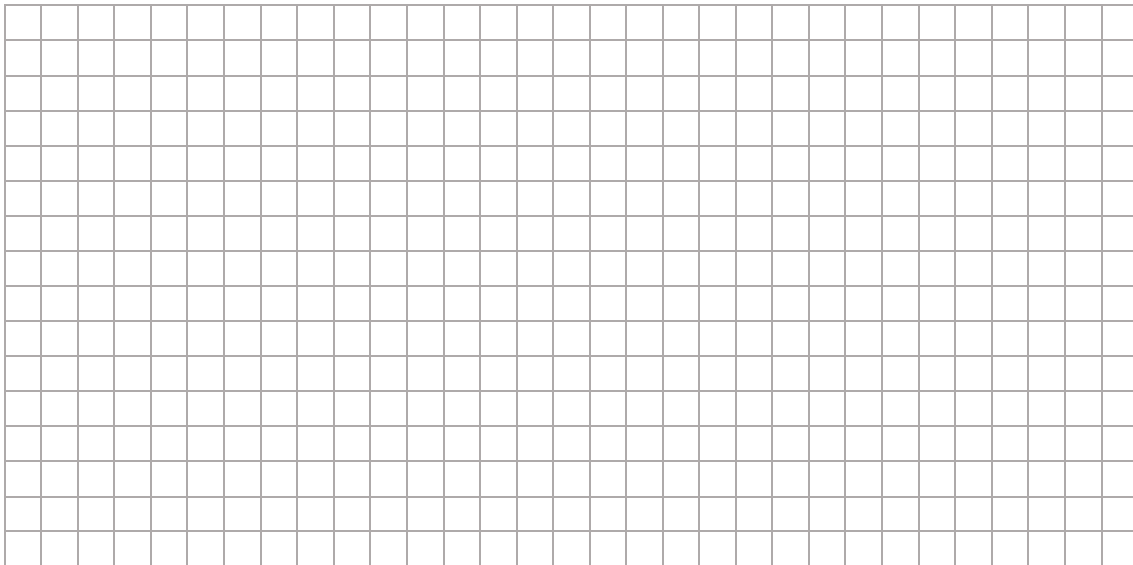
Ficha de trabajo

Integrantes:

Actividad 1

En una caja hay 10 monedas de 2 soles y 5 soles que hacen un total de 32 soles.
¿Cuántas monedas hay de 2 soles?

- a. Resuelve por el método de sustitución y grafica en el plano cartesiano.



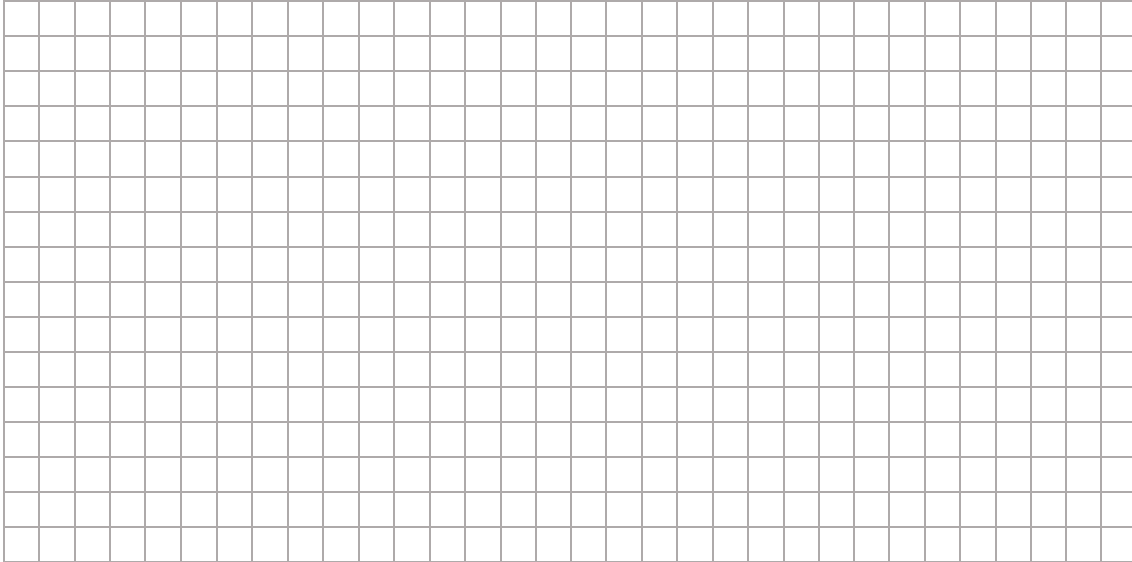
Actividad 2

Resuelve el sistema:

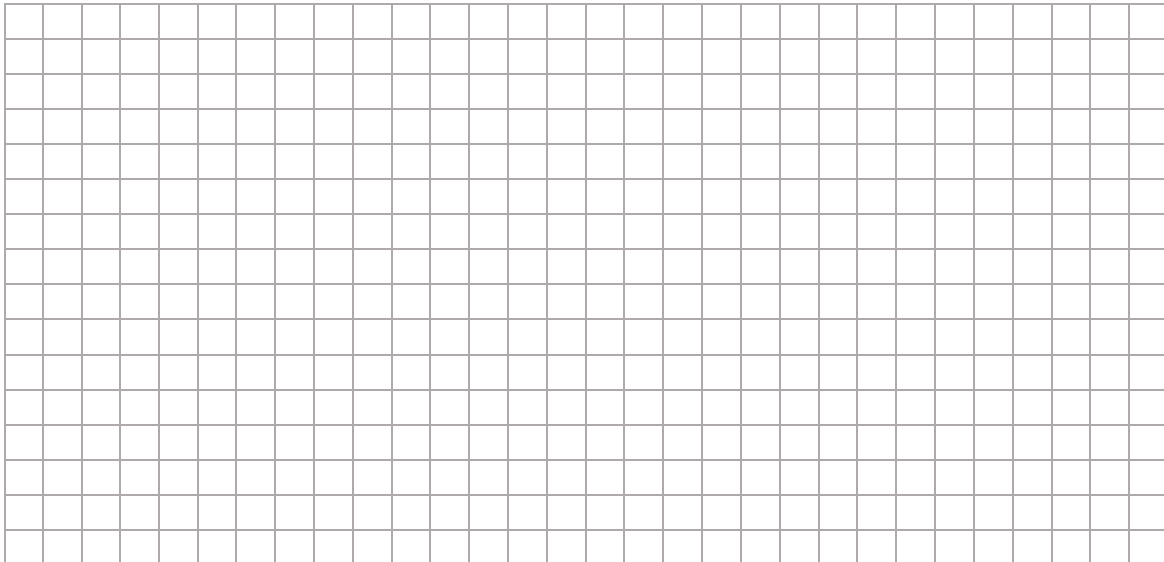
$$\begin{cases} 4x + z = 10 \\ 3x - z = 11 \end{cases}$$

Luego que tipo de sistema tiene:

- a. Solución única b. infinitas soluciones c. no tiene solución

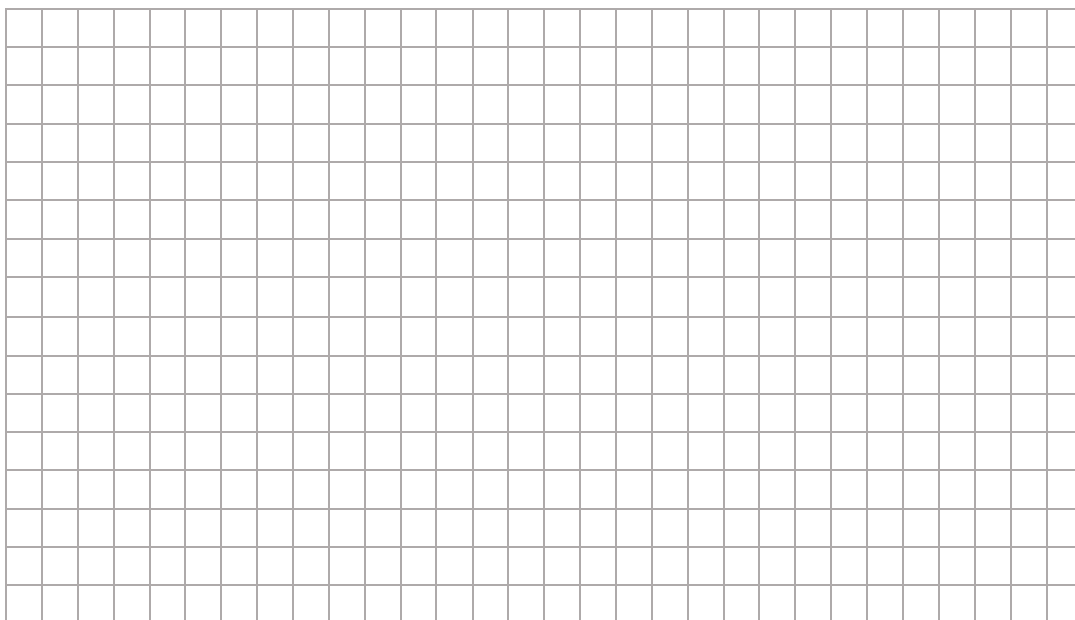


- Método gráfico :

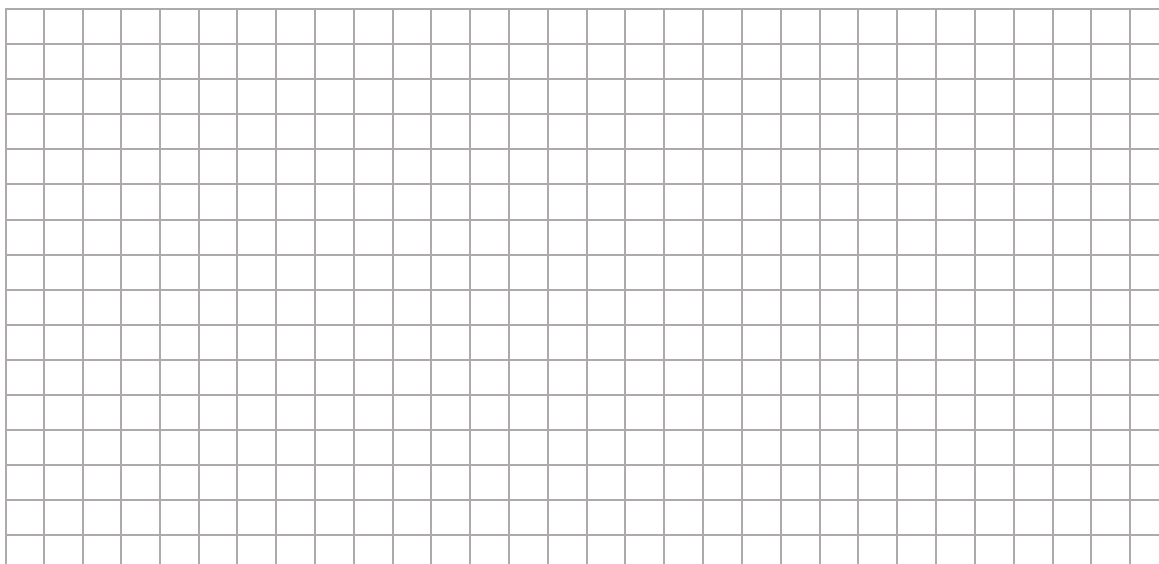


Actividad 4

- Resuelve:
$$\begin{cases} 4x + 6y = 10 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$$



- Método gráfico:



Actividad 5

Sistemas de ecuaciones lineales – ecuaciones de la recta GeoGebra
Actividad en parejas.

1. **Resolver** el sistema mediante el método gráfico.

$$y + 2x = 4$$

$$y = 2x + 1$$

2. Según el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ y = ax - 2 \end{cases}$$

Para qué valor de a:

El sistema es incompatible.

El sistema tiene infinitas soluciones.

3. Si

$$4x + ky = 4$$

$$kx + y = -2$$

Determine los valores de k para los cuales

- d. El sistema es incompatible.
 - e. El sistema tiene infinitas soluciones.
 - f. El sistema tiene solución única.
4. **Ubica** los siguientes puntos en el plano cartesiano.

$(1; 5), (-1; 7), \left(\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right), (0,7; 5,3)$. Luego **determina** la ecuación lineal con dos variables.

5. **Determina** que rectas son paralelas o perpendiculares con ayuda de GeoGebra.

$$2x + y + 5 = 0$$

$$x - 2y - 2 = 0$$

$$3x + 6y = 5$$

$$6x + 12y - 7 = 0$$

6. **Determinar** el área del triángulo que determina la siguiente recta con los ejes.

$$2x + 3y = 12$$

7. A José le ofrecieron dos productos para vender, en el primero le daban una comisión mensual del 2% del precio de venta por cada producto A que venda y por vender el producto B le daban 60 soles mensuales y el 1% del precio de venta por cada producto que vendiera. ¿Cuál de los dos productos le conviene vender, si vende 200 productos mensuales de cada uno, sabiendo que el precio de venta del producto A es de 100 soles y del producto B cuesta 20 soles más?, ¿Qué expresión matemática representa la comisión del producto B, si pasaran “p” años?